

# Capítulo 4.

## La teoría del coste de producción y la maximización del beneficio

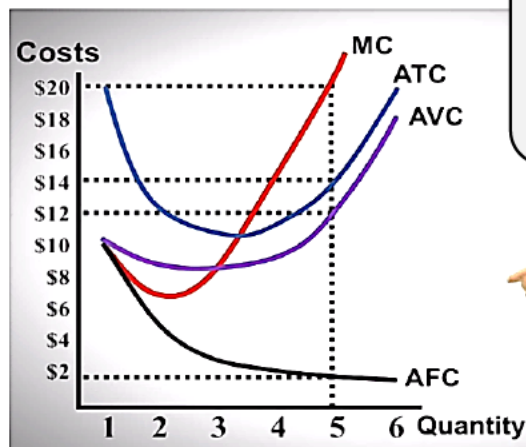


# **COSTE ECONÓMICO VS. COSTE CONTABLE**

# ¿Qué entendemos por coste?

- Todo proceso de producción supone el uso de una serie de factores productivos; **el concepto de coste está íntimamente ligado al sacrificio incurrido para producir un bien.**
- En contabilidad de gestión, el coste es el valor monetario de los consumos de factores que supone el ejercicio de una actividad económica destinada a la producción de un bien o servicio:
  - Por ejemplo, la empresa contrata trabajo y el coste es el salario que debe pagar por los servicios contratados.
- Pero en teoría microeconómica siempre hablamos de *coste económico o de oportunidad*, para referirnos al sacrificio que se realiza para acometer cualquier actividad económica expresado en función de las oportunidades a las que se renuncia:
  - Por un lado, tenemos en cuenta los costes explícitos o desembolsos (por ejemplo, el alquiler por el uso de un local comercial).
  - Por otro, los costes implícitos (por ejemplo, el valor del tiempo que un autónomo dedica a su negocio).

# Economistas frente a contables



Los economistas incluyen todos los costes de **oportunidad** cuando analizan una empresa, mientras que los contables solo miden los costes explícitos. Por tanto, el beneficio económico es menor que el beneficio contable.



# Los costes en la teoría microeconómica

- Una función de costes representa el coste mínimo al cual se puede producir un nivel dado de *output*, dada la tecnología y los precios de los factores de producción:

- La especificación básica es:

$$CT = f(q; \bar{w}, \bar{r})$$

$$\text{donde: } q = q(L, K)$$

$$\text{En definitiva: } CT = f(q(L, K); \bar{w}, \bar{r})$$

- Esta sería la función de costes totales a largo plazo de la empresa.
  - Largo plazo: todos los *inputs* son variables.
- Si estudiamos el corto plazo (al menos un *input* es fijo), la función de costes totales quedaría como:

$$CT = f(q(L; \bar{K}); \bar{w}, \bar{r})$$

# **ANÁLISIS DE LOS COSTES EN EL CORTO PLAZO**

# Decisiones de producción a corto plazo y funciones de costes

- José tiene la posibilidad de alquilar una panadería (toda la instalación, y que constituiría el capital), y contrataría trabajadores para la producción diaria de pan:
  - Pagaría diariamente por el capital contratado 42 u.m. y 9 u.m. por cada trabajador contratado.
- En el análisis, partimos de dos supuestos simplificadores:
  - a) El tamaño de la panadería es fijo: José puede alterar la cantidad de pan que produce alterando solamente el número de trabajadores (supuesto realista a c/p).
  - b) No tenemos en cuenta ni los gastos de harina, agua y luz; ni costes hundidos.
- La tabla siguiente muestra la producción diaria de pan que José puede producir con dos, tres... trabajadores adicionales (él es el primer trabajador).
- También se muestran los costes totales de producción:
  - Debemos resaltar que estos costes incluyen la remuneración total de los factores, incluyendo la labor del empresario José.



# Costes con capital fijo y factor trabajo variable

$$CT = f(q(L)); \bar{K} = 1; \bar{w} = 9 \text{ u.m.}; \bar{r} = 42 \text{ u.m.}$$

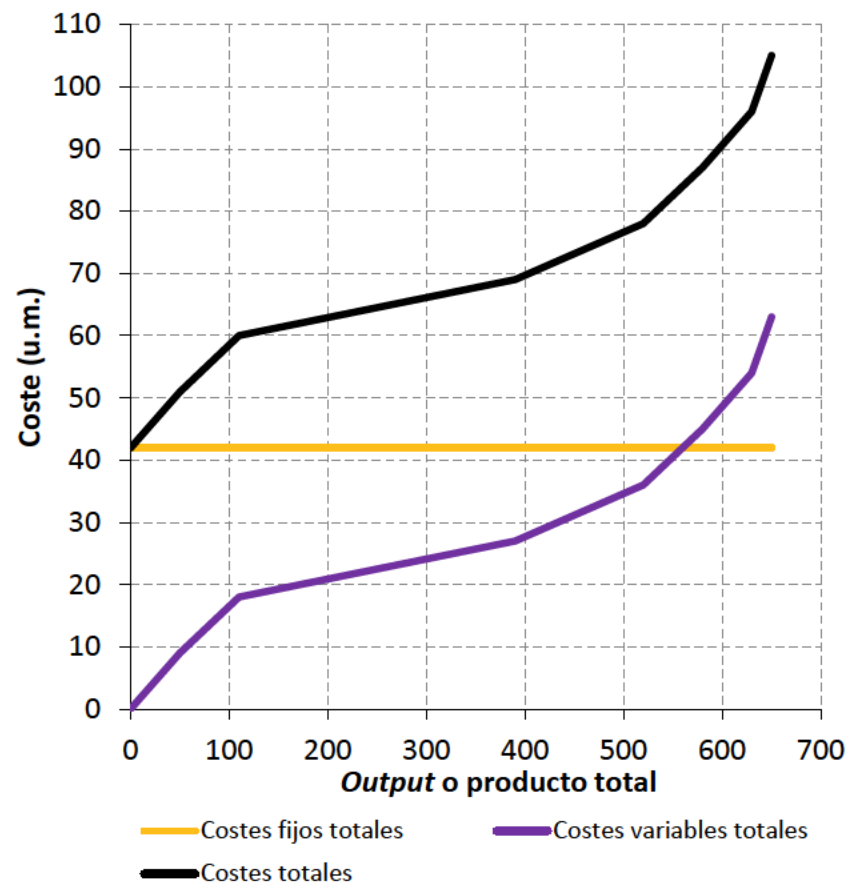
		Unidades de trabajo por periodo temporal	Producto total del trabajo				
		$L$	$q$	$PMa_L$	$CFT$	$CVT$	$CT$
Rendimientos crecientes		0	0	----	42	0	42
		1	50	50	42	9	51
		2	110	60	42	18	60
		3	390	280	42	27	69
Rendimientos decrecientes		4	520	130	42	36	78
		5	580	60	42	45	87
		6	630	50	42	54	96
		7	650	20	42	63	105
		Unidades físicas o técnicas			Unidades monetarias (por periodo temporal)		



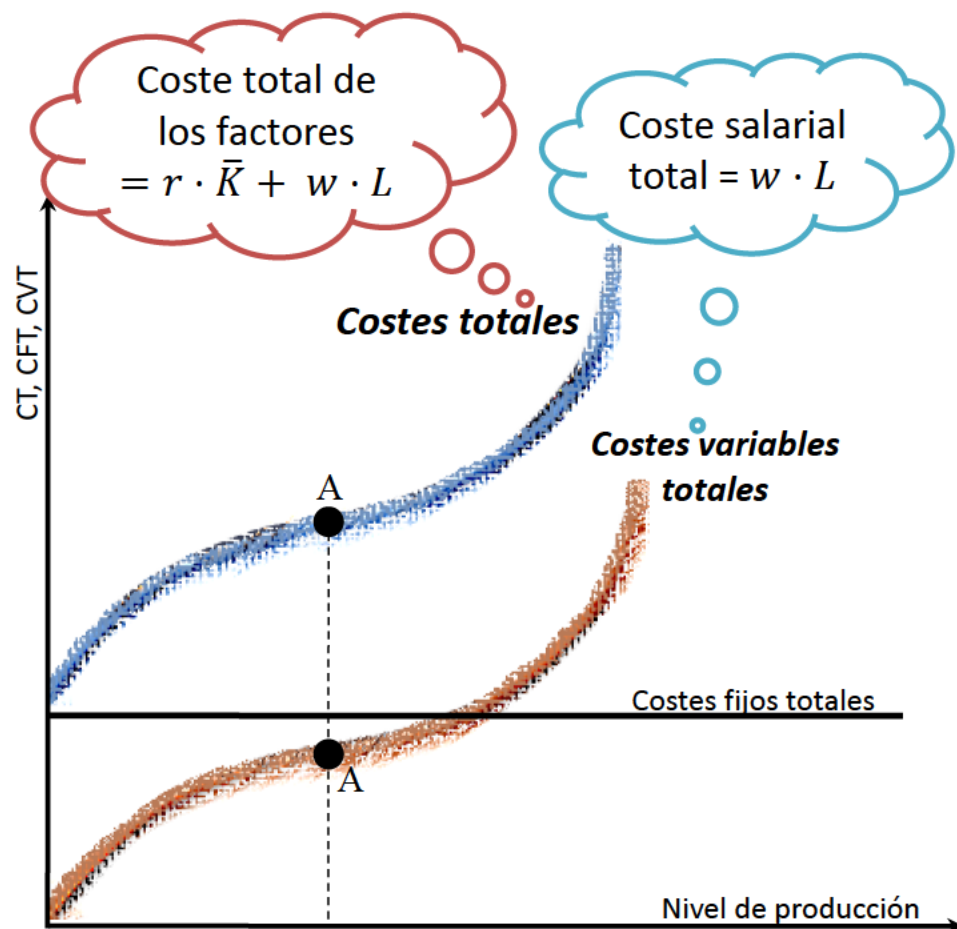
# El comportamiento de los costes fijos totales, costes variables totales y costes totales

$q$	CFT	CVT	CT
0	42	0	42
50	42	9	51
110	42	18	60
390	42	27	69
520	42	36	78
580	42	45	87
630	42	54	96
650	42	63	105

$$CT(q) = CFT + CVT(q)$$



# Curvas de costes fijos totales, costes variables totales y costes totales



- Los CFT vienen representados por una función lineal paralela al eje de abscisas (el coste es el mismo cualquiera que sea el volumen de producción por periodo).
- Los CVT parten del origen de coordenadas y son crecientes conforme aumenta la producción, observándose un grado de crecimiento diferente antes y después del punto de inflexión (A):
  - Antes del punto de inflexión, los CVT crecen menos que proporcionalmente al aumento del *output*, pues hay rendimientos crecientes en la producción.
  - A partir del punto de inflexión, crecen más que proporcionalmente al aumento de la producción, al operar ya la ley de los rendimientos decrecientes.
- Los CT presentan un comportamiento parecido al de los CVT, salvo que no parten del origen de coordenadas, sino del nivel del coste fijo total.

# Análisis de los costes en el corto plazo desde el punto de vista de los costes medios

- 1. El coste total medio, o **coste unitario**, es el coste por unidad de *output*:

$$CTMe(q) = \frac{CT(q)}{q}$$

- 2. El coste fijo medio (CFMe) es el coste fijo por unidad de *output*:

$$CFMe(q) = \frac{CFT}{q}$$

- 3. El coste variable medio es el coste variable por unidad de *output*:

$$CVM_e(q) = \frac{CVT(q)}{q}$$

# Análisis de los costes en el corto plazo desde el punto de vista marginal

- El coste marginal (o incremental) es el incremento en el coste total que resulta de incrementar el nivel de producción (*output*) en una unidad:

$$CMa(q) = \frac{\Delta CT}{\Delta q}; CMa(q) = \frac{dCT}{dq}$$

- Ya que parte de los costes totales son costes fijos, que no cambian cuando el nivel de *output* (o producto total) cambia, el coste marginal es también igual al incremento en el coste variable total que resulta cuando el *output* aumenta en una unidad:

$$CMa(q) = \frac{dCVT}{dq}$$

$$CVT = \int (CMa) dq$$

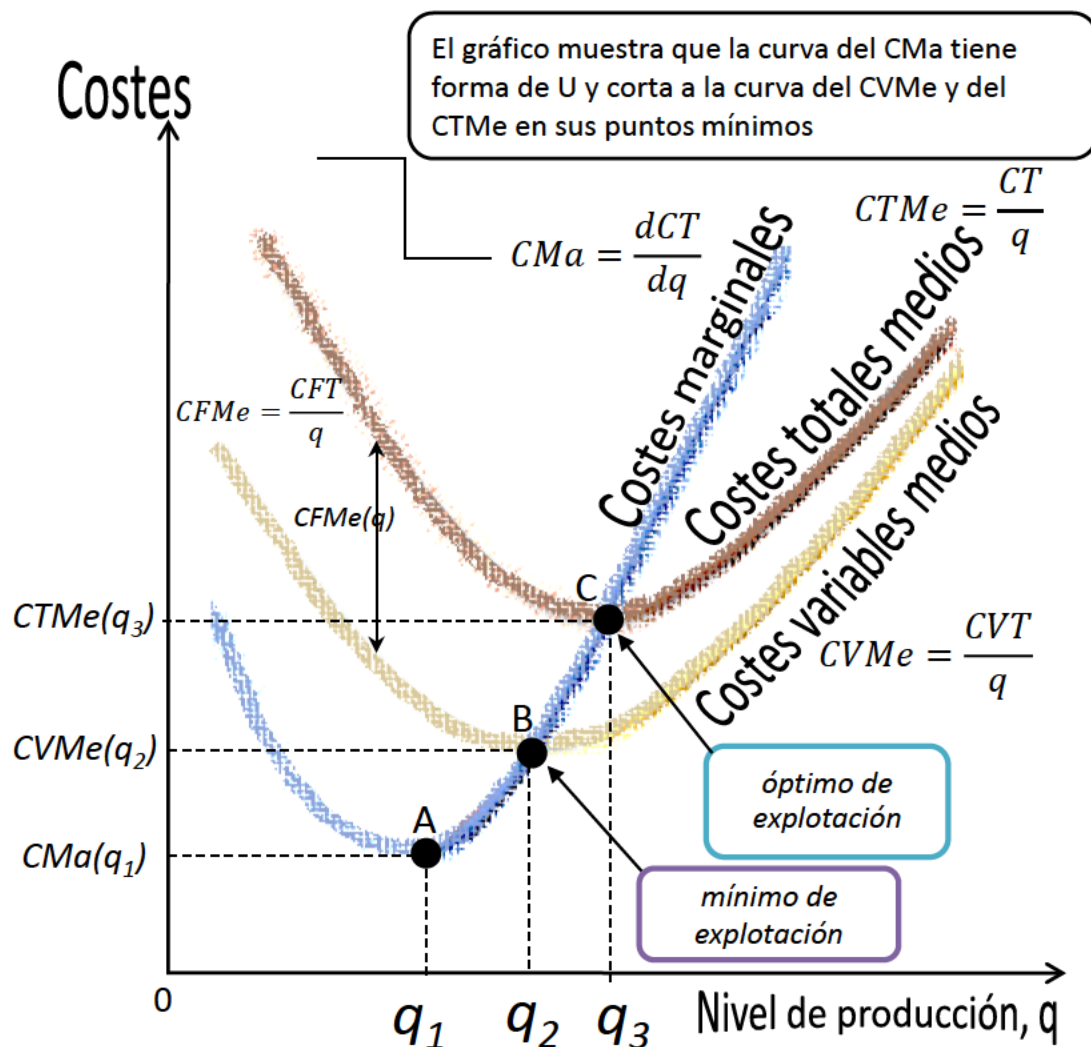
# Costes con capital fijo y factor trabajo variable

El coste total medio y el coste variable medio tienen forma de U.

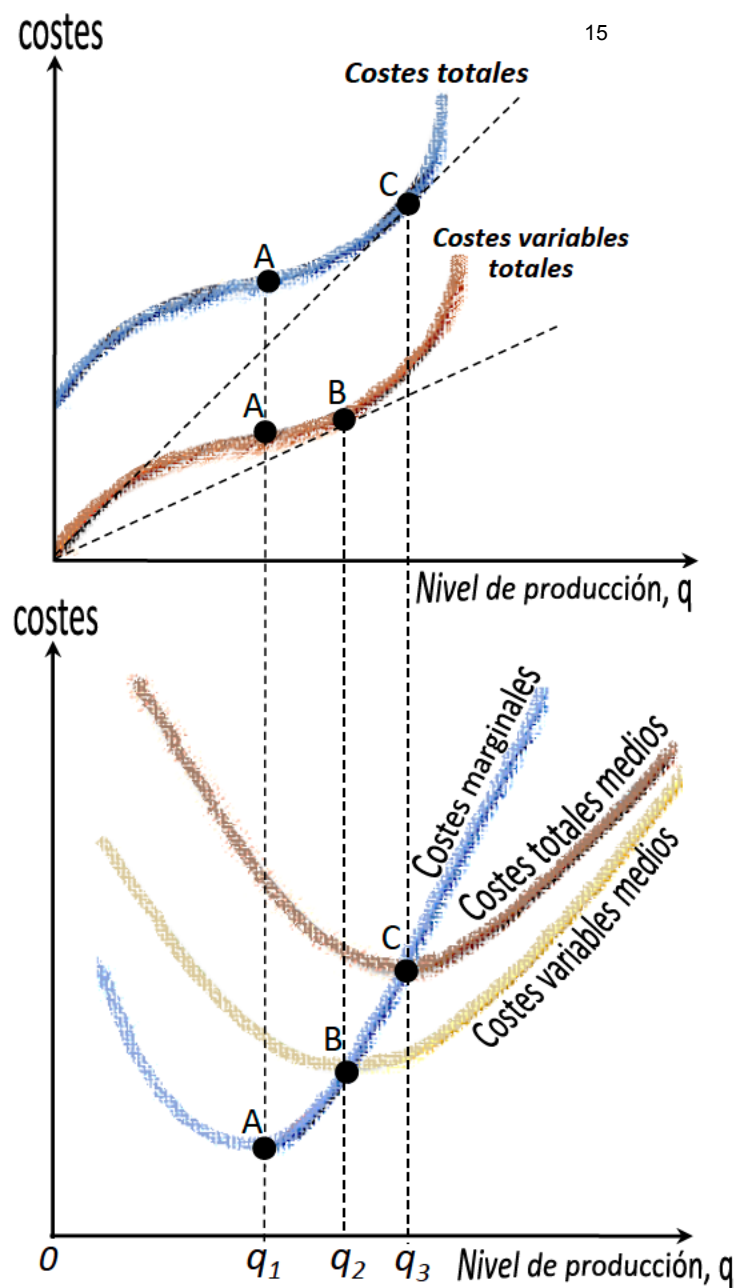
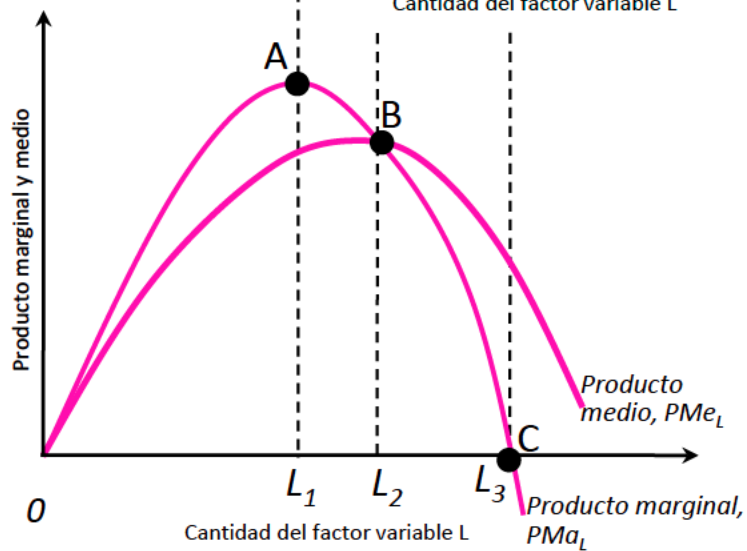
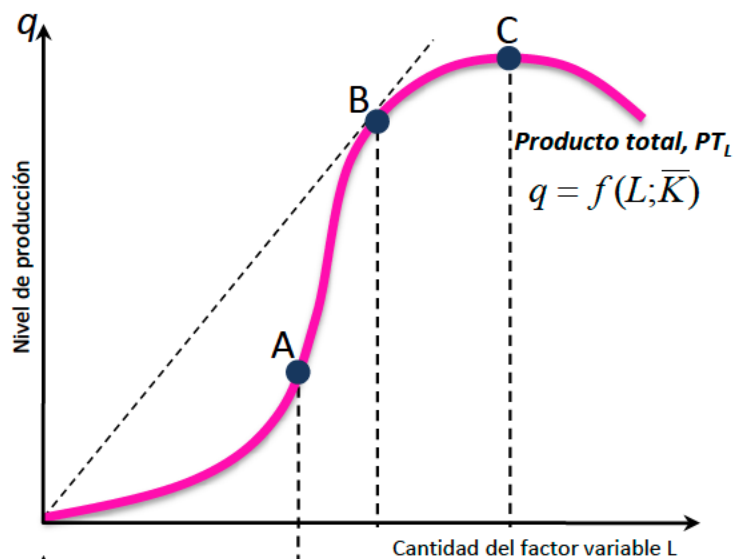
$L$	$q$	$PMa_L$	$CFMe$	$CVMe$	$CTMe$	$CMa$
0	0	---	----	----	----	----
1	50	50	0,840	0,180	1,020	0,180
2	110	60	0,382	0,164	0,545	0,150
3	390	<b>280</b>	0,108	0,069	0,177	<b>0,032</b>
4	520	130	0,081	<b>0,069</b>	0,150	<b>0,069</b>
5	580	60	0,072	0,078	<b>0,150</b>	<b>0,150</b>
6	630	50	0,067	0,086	0,152	0,180
7	650	20	0,065	0,097	0,162	0,450

El coste marginal aumenta cuando se incrementa la cantidad producida debido a la propiedad del producto marginal decreciente.

# Curvas de costes variables medios, costes totales medios y costes marginales



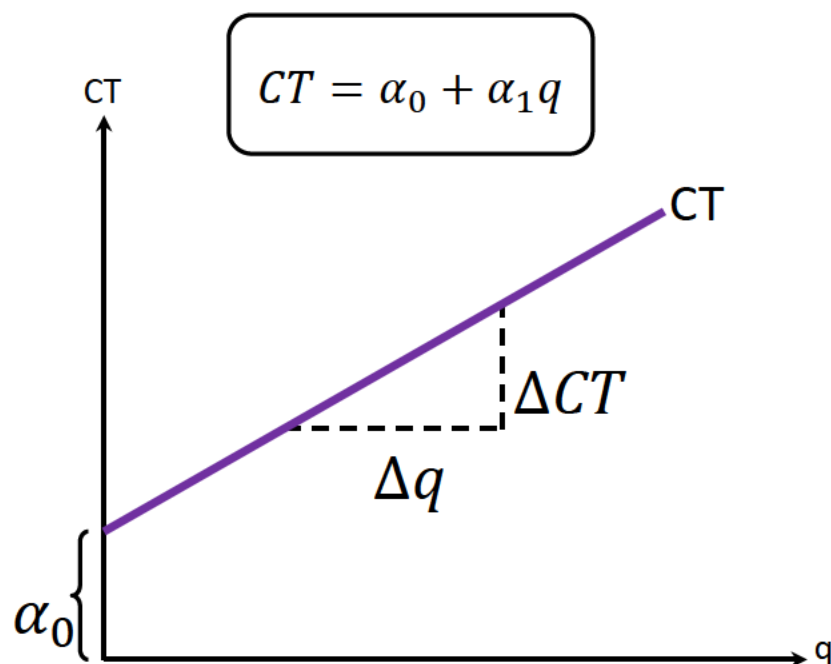
- Los CFMe decrecen conforme aumenta la producción; tienden a cero cuando la producción es muy grande.
- Los CVMe decrecen, alcanzan un mínimo y luego comienzan a crecer.
- Los CTMe también decrecen, alcanzan un mínimo y luego comienzan a crecer; pero decrecen más rápidamente que los CVMe y crecen más lentamente que estos.
- El mínimo de la curva del CTMe es el **óptimo de explotación**.
- El mínimo de la curva del CVMe es el **mínimo de explotación** o punto de cierre.



# **ASPECTOS FORMALES DE LAS FUNCIONES DE COSTES EN EL CORTO PLAZO**

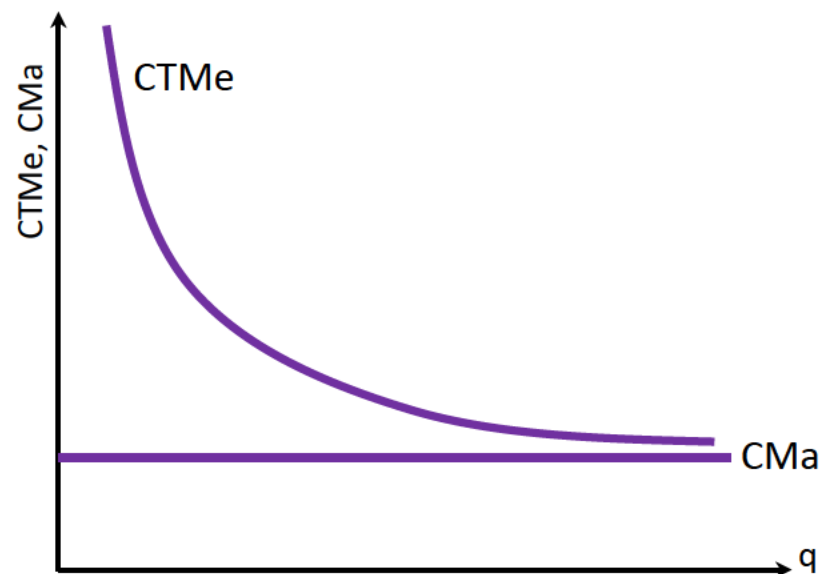


# Función de costes totales lineal



$$\text{pendiente} = \frac{\Delta CT}{\Delta q} = \alpha_1 = \text{coste marginal}$$

El CMa y el CVMe son coincidentes en una función de costes totales lineal



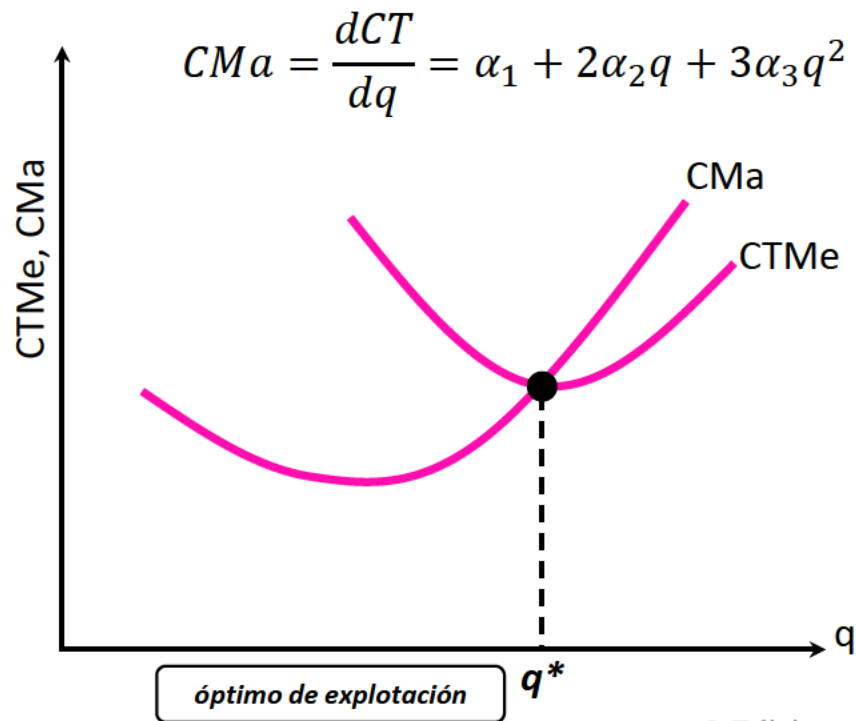
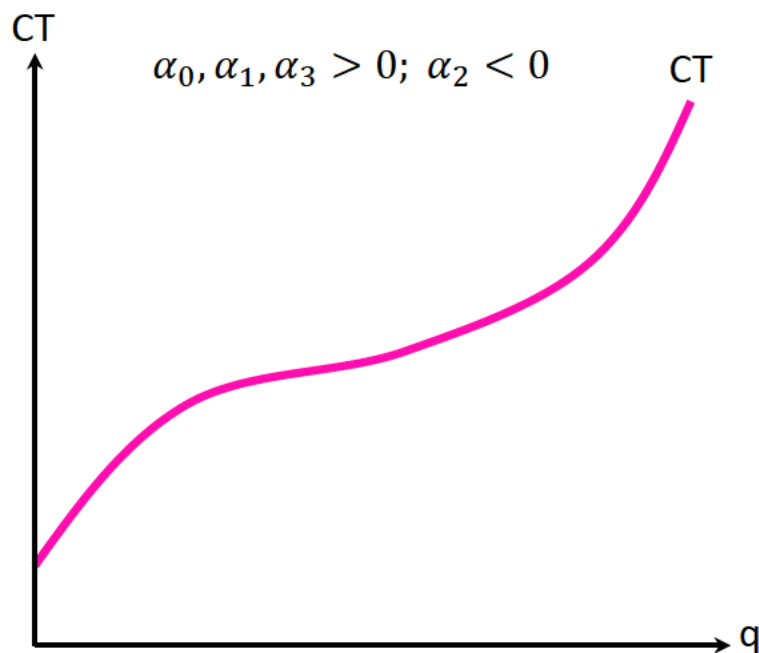
$$CTMe = \frac{CT}{q} = \frac{\alpha_0}{q} + \alpha_1 = \alpha_1 + \alpha_0 q^{-1}$$

(hipérbola rectangular)

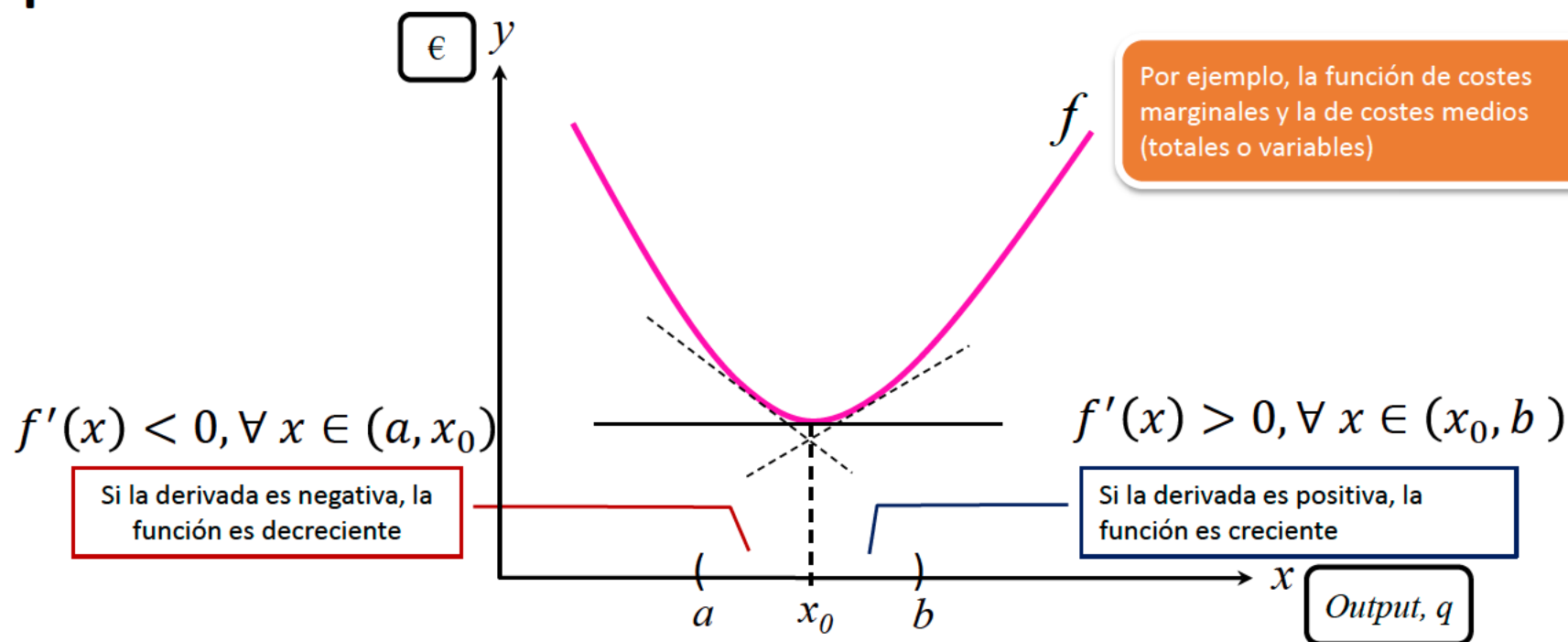
# Función de costes totales no lineal: curva de costes totales cúbica

$$CT = \alpha_0 + \alpha_1 q + \alpha_2 q^2 + \alpha_3 q^3$$

$$CTMe = \frac{CT}{q} = \frac{\alpha_0}{q} + \alpha_1 + \alpha_2 q + \alpha_3 q^2$$



# Aspectos matemáticos



Sea la función  $f$  derivable en el intervalo  $(a, b)$   $x_0 \in (a, b), f'(x_0) = 0$

El punto de abscisas  $x_0$  es un **punto crítico**

## CONDICIÓN SUFICIENTE PARA LA EXISTENCIA DE EXTREMOS

$f''(x_0) > 0 \Rightarrow$  La función  $f$  tiene en el punto  $x_0$  un **mínimo relativo**

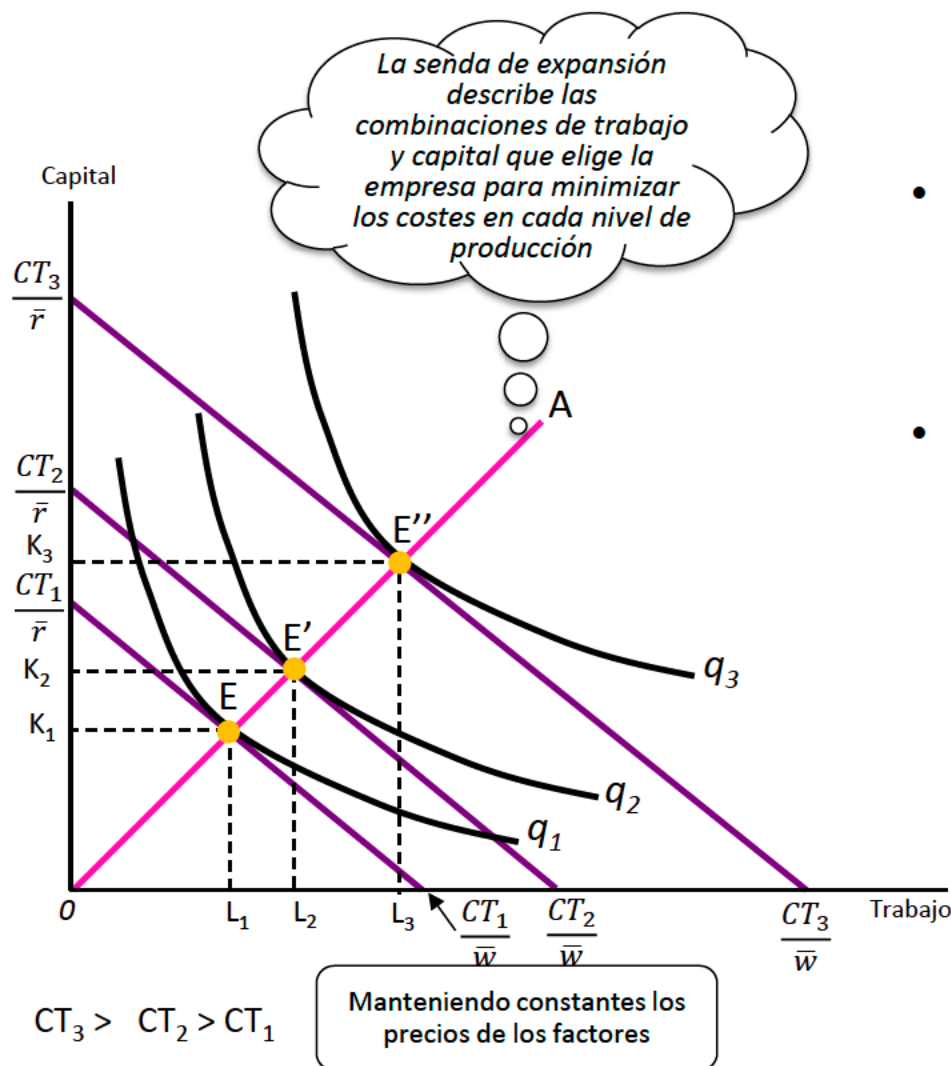
$f''(x_0) < 0 \Rightarrow$  La función  $f$  tiene en el punto  $x_0$  un **máximo relativo**

$f''(x_0) = 0 \Rightarrow$  No se puede afirmar nada



# **FUNCIONES DE COSTES A LARGO PLAZO**

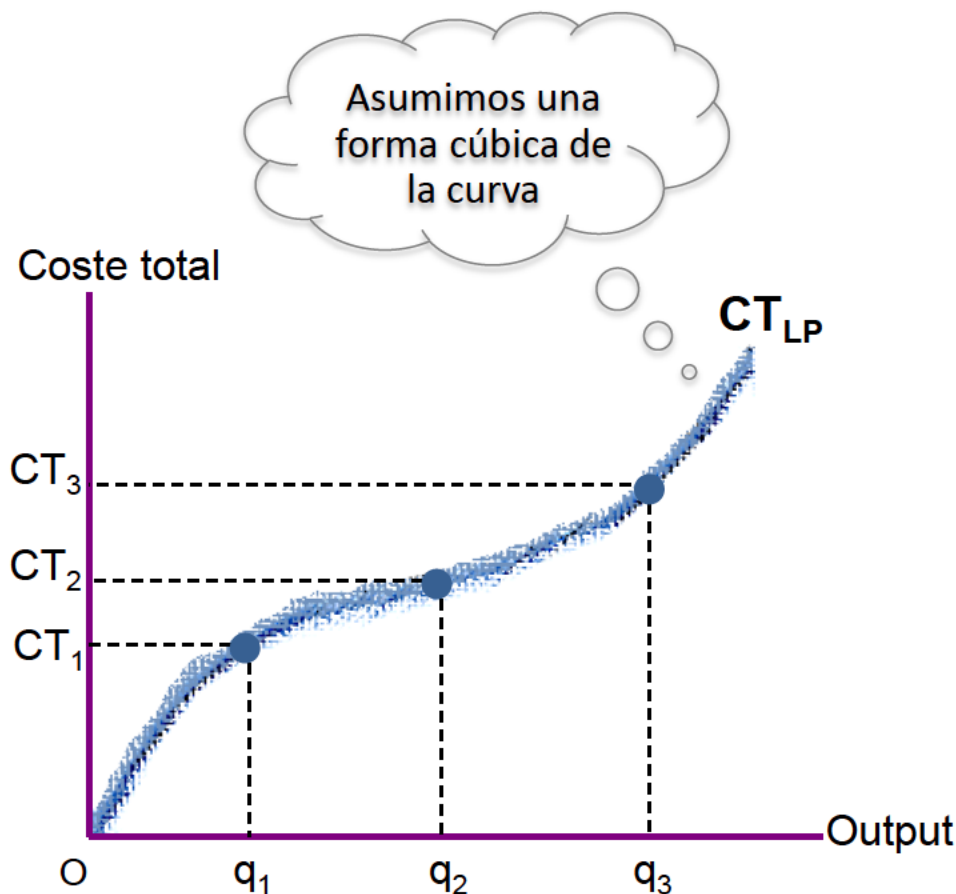
# La senda de expansión de largo plazo



- $E: (L_1, K_1)$  es la combinación óptima de factores usada para producir un nivel predeterminado de *output*  $q_1$  al mínimo coste  $CT_1$  (o  $C_1^*$ ).
- Resolviendo el problema de optimización varias veces, podemos generar combinaciones óptimas de *inputs* que, unidas por la línea **OA**, delimitan la llamada **senda de expansión** de largo plazo de la empresa.

**Senda de expansión:** curva que pasa por los puntos de tangencia de las rectas isocoste de una empresa y sus isocuantas

# Función de costes totales de largo plazo



- La senda de expansión de la empresa nos permite desarrollar la relación entre niveles de producción y costes totales de los recursos:
  - La función de costes representa el coste mínimo al cual se puede producir un nivel dado de *output*, dada la tecnología y los precios de los factores de producción.
  - La forma de la curva del coste total depende de la naturaleza de la función de producción.

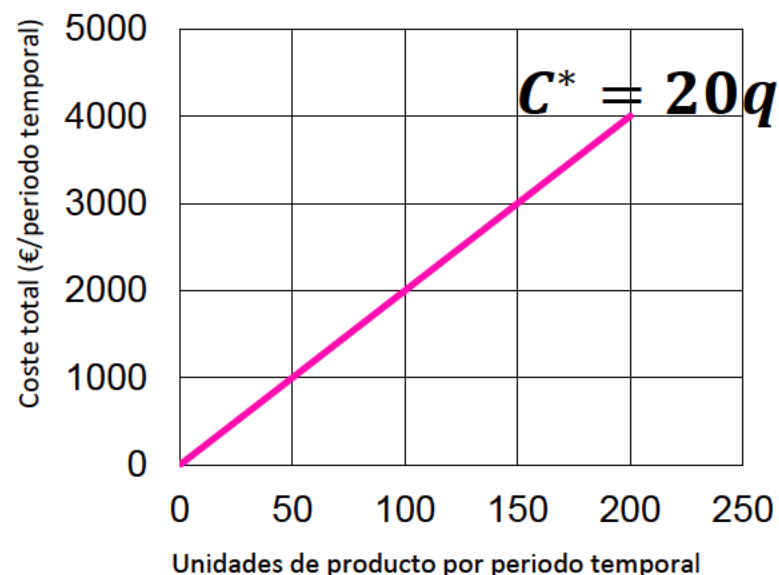
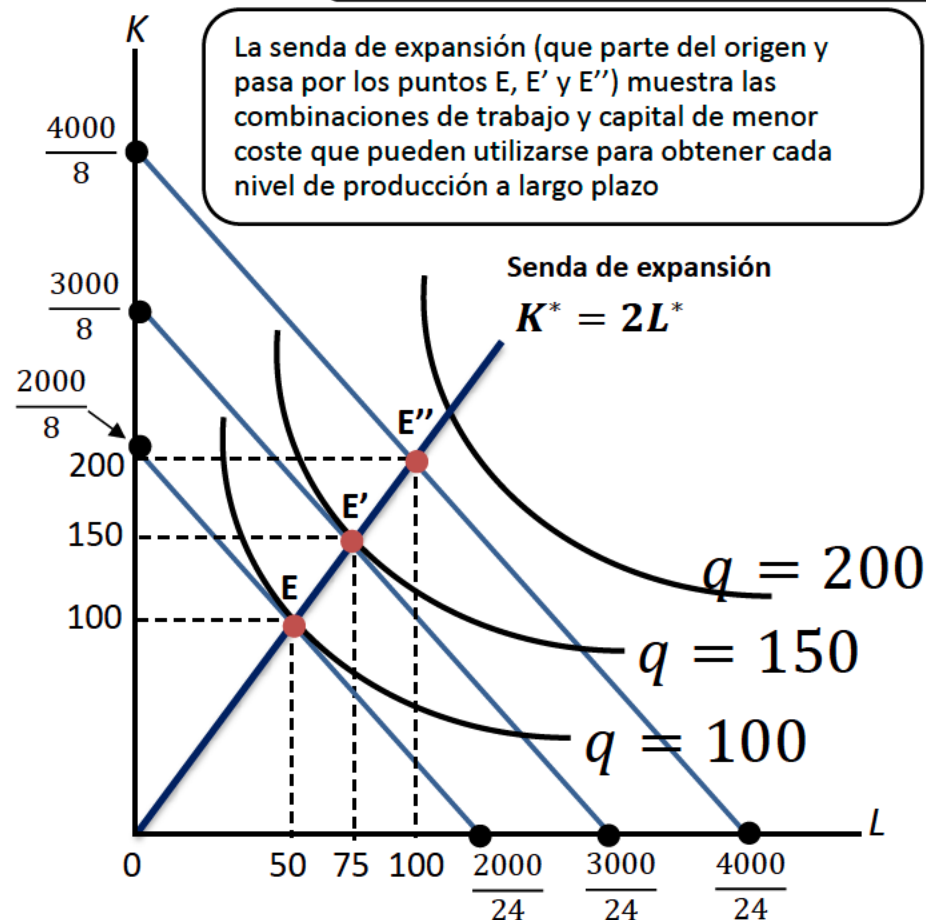
# La senda de expansión de una empresa y la curva de coste total a largo plazo

Función Cobb-Douglas  $q = 1,52 L^{0,6} K^{0,4}$   $w = 24$ ;  $r = 8$

La senda de expansión (que parte del origen y pasa por los puntos E, E' y E'') muestra las combinaciones de trabajo y capital de menor coste que pueden utilizarse para obtener cada nivel de producción a largo plazo

La curva de coste total a largo plazo correspondiente mide el coste mínimo de obtener cada nivel de producción

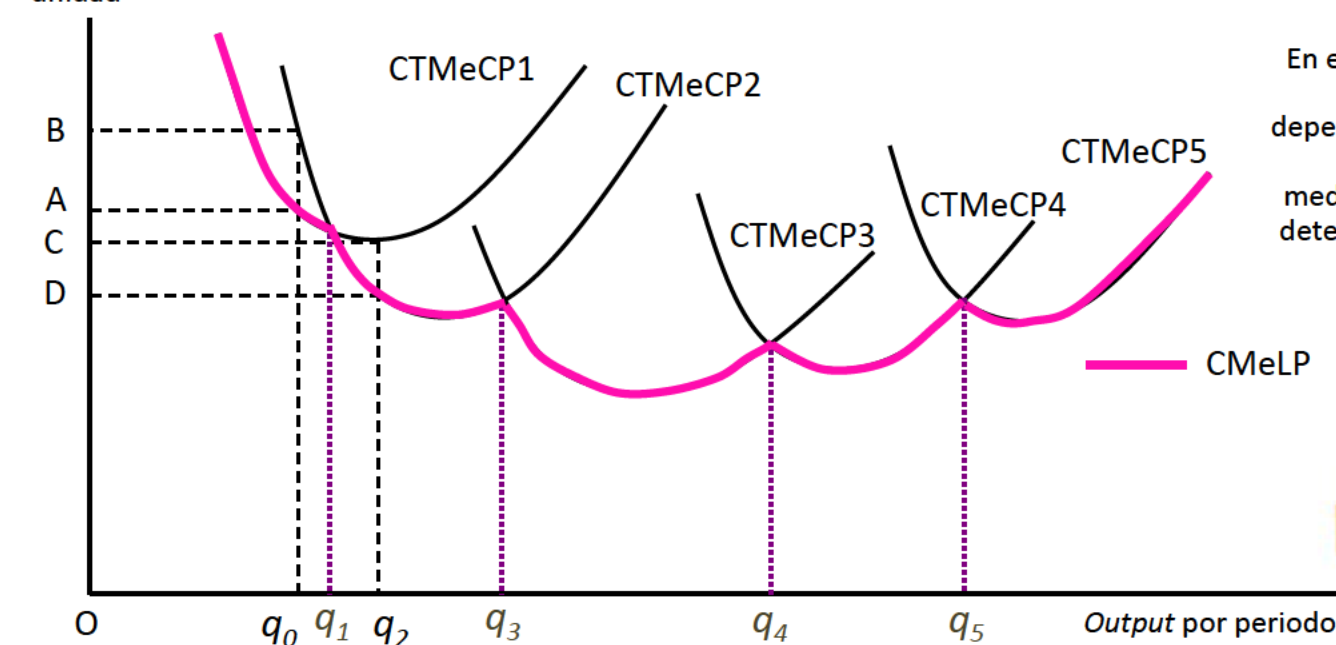
Coste total a largo plazo



# Estudio del largo plazo: economías y deseconomías de escala

La curva de costes medios en el largo plazo muestra el coste más bajo de producir cada nivel de *output* cuando la empresa puede construir el tamaño de planta más apropiado para producir cada nivel de producto (y todos los factores son variables)

Asumimos que la empresa puede construir solamente cinco tamaños de planta

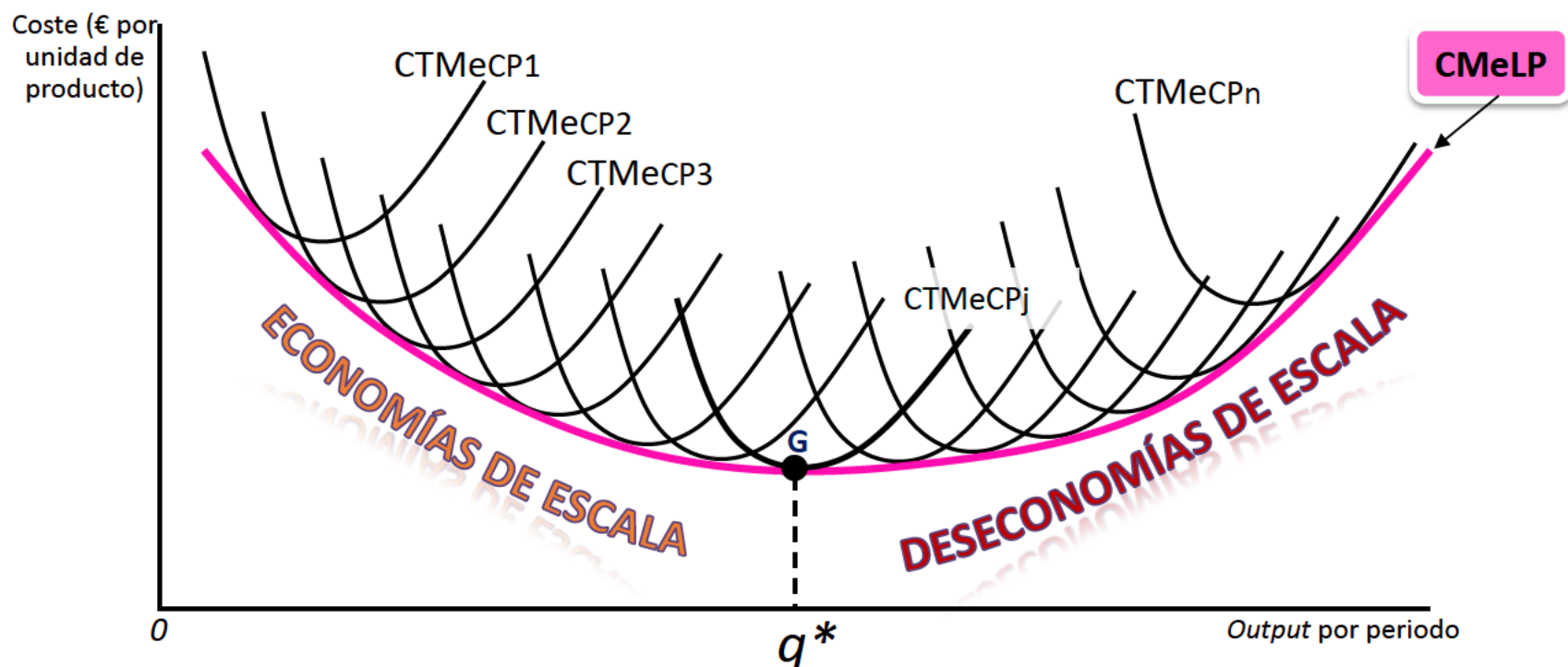


En el largo plazo, la empresa elige el tamaño de su planta dependiendo de la producción que planea generar; el coste total medio de generar una producción determinada depende del tamaño de la planta





# La curva de costes medios en el largo plazo



Si la empresa pudiera construir muchas más escalas de planta, la curva de costes medios en el largo plazo sería la **envoltente** de las curvas de costes de corto plazo

Solamente en el punto G (el punto más bajo de la curva CMeLP), la curva de costes medios en el largo plazo es tangente a una curva de costes medios en el corto en su punto mínimo → tamaño de planta óptimo

# La forma de U de la curva de costes medios a largo plazo

- La forma de la curva de costes medios  $l/p$  depende de la existencia de rendimientos a escala crecientes, constantes y decrecientes.
- La curva de costes medios a  $l/p$  anterior ha sido dibujada asumiendo que los rendimientos a escala crecientes prevalecen para niveles “pequeños” de *output*, y rendimientos a escala decrecientes prevalecen para niveles de *output* “grandes”:
  - Rendimientos a escala crecientes → curva de costes medios  $l/p$  decreciente:
    - Costes medios decrecientes  $l/p$ : economías de escala.
  - Rendimientos a escala decrecientes → curva de costes medios  $l/p$  creciente:
    - Costes medios  $l/p$  crecientes: deseconomías de escala.

# Jacob Viner (1892-1970) cometió uno de los errores garrafales más famosos de la historia de la economía



- Pidió a su delineante que dibujara una curva de costes medios a largo plazo que fuera tangente a las curvas de costes a corto plazo en sus puntos mínimos.
- Su delineante sabía que esto no se podía hacer, y lo dijo. Pero Viner insistió. Así que le dibujó una curva de costes medios a largo plazo (AC) que pasaba por los puntos mínimos de cada curva de coste medio a corto plazo (ac). Pero, claramente, esto no era una curva envolvente.
- Viner se quejó de la obstinación de su delineante, que “vio alguna dificultad matemática [...] que yo no llegué a comprender” (nota a pie 2), sin darse cuenta de que el torpe no era el ayudante sino él mismo, que estaba exigiendo algo matemáticamente imposible.

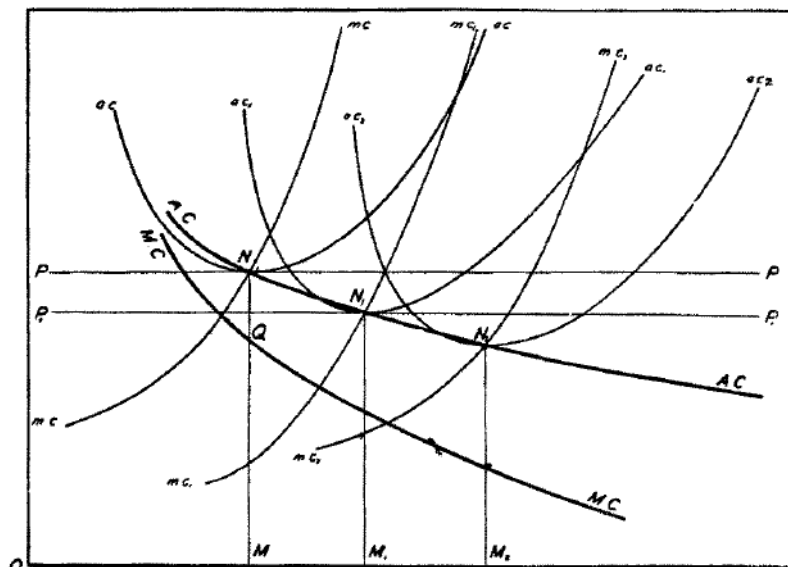


Chart IV. Net Internal Economies of Large-Scale Production

Chart IV illustrates the behavior of the cost curves for a particular concern which enjoys net internal economies of large-scale production. As in Chart III the  $ac$  curves and the  $mc$  curves represent the short-run variations in average and marginal costs respectively, as output is varied from plants of each indicated scale. The  $AC$  curve represents the long-run trend of average costs, that is, the trend of average costs when each output is produced from a plant of the optimum scale for that output, and is drawn so as to connect the points of lowest average cost for each scale of plant<sup>2)</sup>.

<sup>2)</sup> My instructions to the draftsman were to draw the  $AC$  curve so as never to be above any portion of any  $ac$  curve. He is a mathematician, however, not an economist, and he saw some mathematical objection to this procedure which I could not succeed in understanding. I could not persuade him to disregard his scruples as a craftsman and to follow my instructions, absurd though they might be.

Jacob Viner "Cost Curves and Supply Curves"  
*Journal of Economics*, 1931, Vol. 3, N° 1, pp. 23-46

# Relaciones entre costes totales, medios y marginales en el largo plazo

- Aplicación numérica

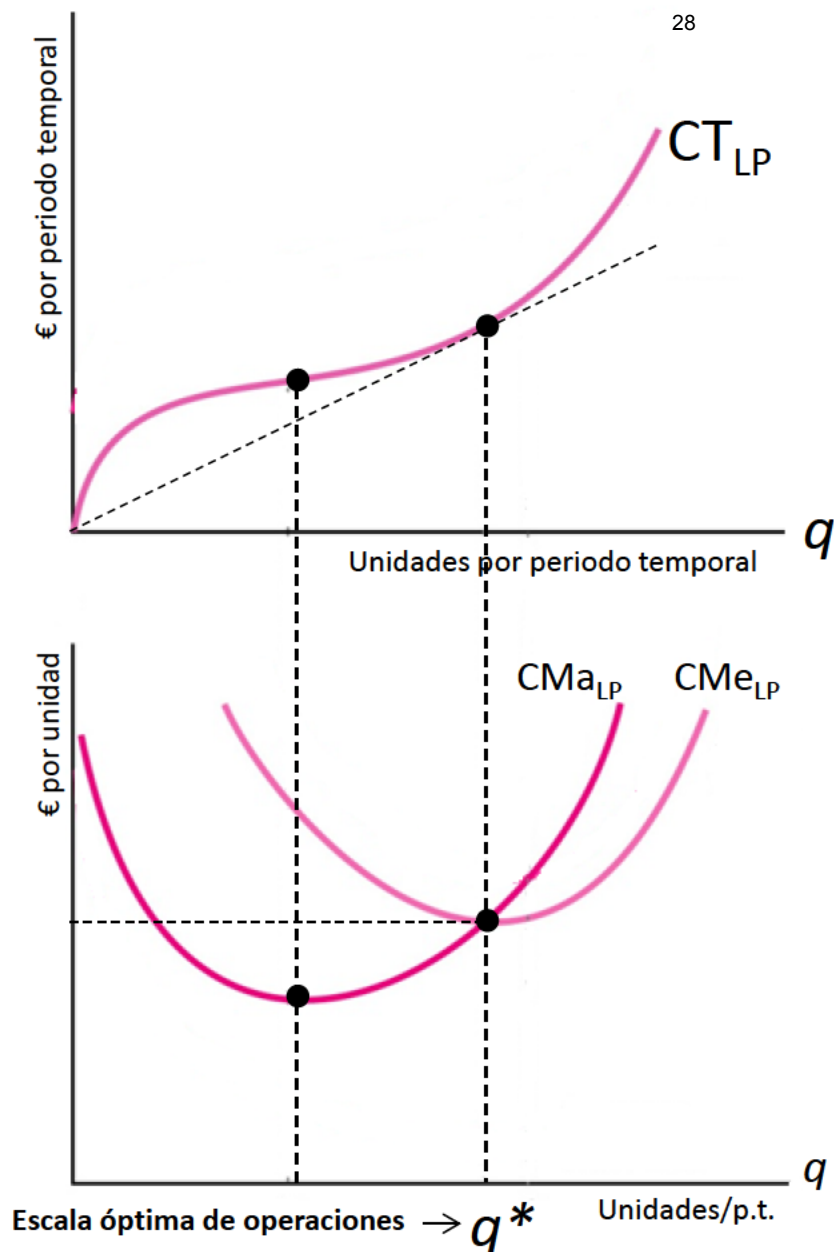
$$CT_{LP} = \frac{q^3}{3} - 6q^2 + 60q$$

$$CMe_{LP} = \frac{CT_{LP}}{q} = \frac{q^2}{3} - 6q + 60$$

$$\frac{dCMe_{LP}}{dq} = \frac{2}{3}q - 6 = 0 \Rightarrow q^* = 9 \text{ unid.}$$

$$\frac{d^2CMe_{LP}}{dq^2} = \frac{2}{3} > 0 \text{ (}\exists \text{ mín. rel.)}$$

$$CMe_{LP}(9) = \frac{9^2}{3} - 6 \cdot 9 + 60 = 33\text{€/unidad}$$



# Economías de alcance

- Las economías de alcance son el ahorro de recursos obtenido al producir dos o más servicios de forma conjunta:
  - Esta situación puede ocurrir cuando la producción conjunta de varios servicios permite optimizar el uso de los factores de producción.
  - Por ejemplo, es más barato para las universidades producir investigación y graduados conjuntamente que de forma separada.
- Formalmente, existen economías de alcance cuando el coste medio de producir un servicio de forma individual es más alto que si se produce junto a otros servicios:
  - Cuando es más barato producir dos bienes de forma conjunta en lugar de producir cada bien de forma separada se cumple:

$$C(q_1, 0) + C(0, q_2) > C(q_1, q_2)$$

# Economías de alcance (cont.)

- Las economías de alcance permiten a las empresas disfrutar de ventajas competitivas:
  - Por un lado, sus costes de producción son menores.
  - Por otro lado, las empresas ofrecen una oferta más amplia y diversificada.
- En las últimas décadas numerosas empresas han ampliado su oferta para aprovechar las economías de alcance y aumentar su eficiencia.
- Algunas empresas aprovechan el exceso de capacidad productiva de sus equipos para elaborar otros bienes o servicios:
  - En la industria de las telecomunicaciones es frecuente que un solo operador produzca y comercialice simultáneamente varios servicios.
  - Las funciones de costes de las empresas de telecomunicaciones han sido ampliamente estudiadas por la literatura económica con el fin de determinar si las operadoras se benefician de economías de alcance y para conocer su importancia.

# **LA MAXIMIZACIÓN DEL BENEFICIO**

# Los objetivos de la empresa



- Maximización del beneficio.
- Crecimiento.
- Adquisición de cuota de mercado.
- Satisfacción de los clientes.
- Consolidación en el mercado.
- Objetivos sociales.
- Supervivencia.



# El objetivo tradicional de la empresa

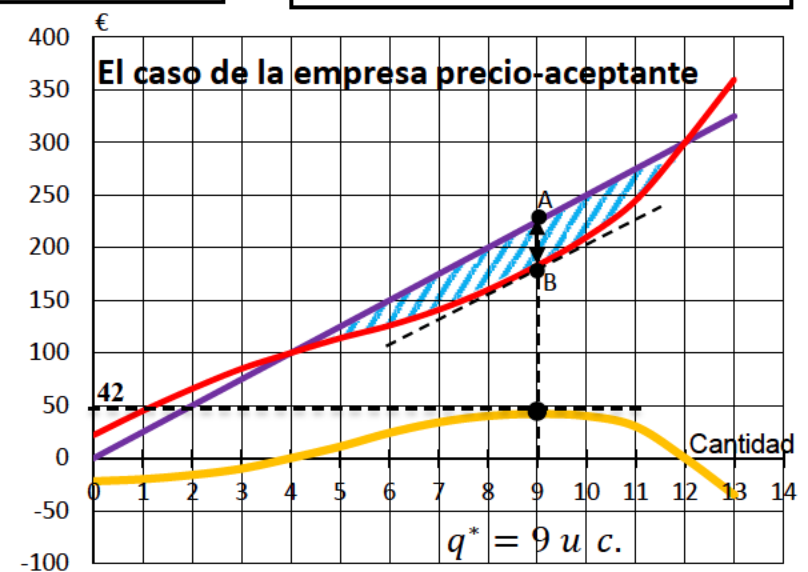
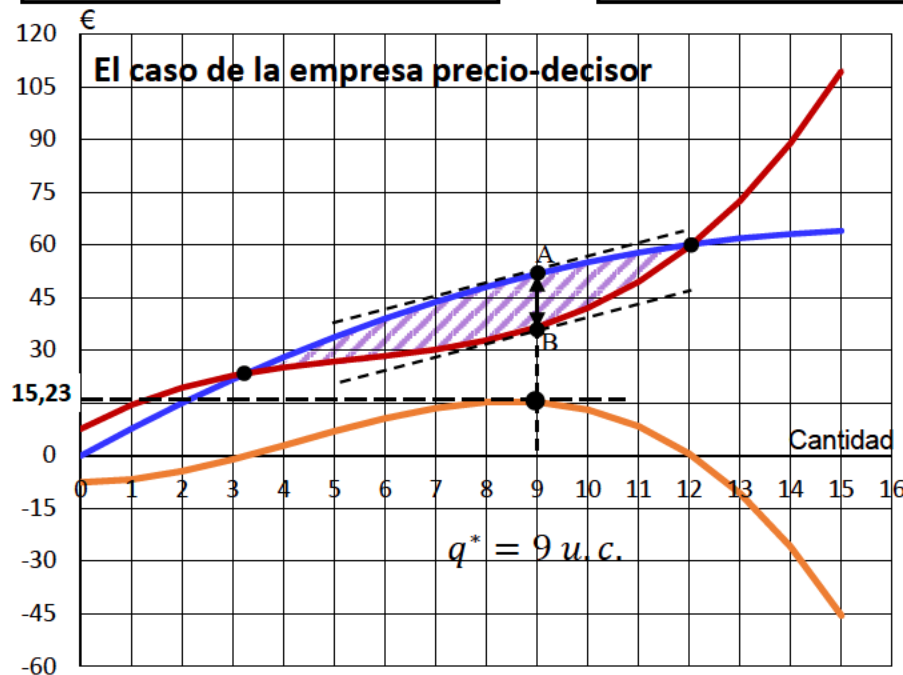
- Las empresas transforman factores de producción o *inputs* (trabajo, capital, materias primas) en bienes finales (*outputs* o productos) que venden en el mercado con el objetivo, según la teoría tradicional de la empresa, de maximizar sus beneficios:
  - $\text{Beneficios totales} = \text{Ingresos totales} - \text{Costes totales}$ .
  - La definición de beneficios utilizada en economía se refiere a beneficios económicos (y no beneficios contables), es decir, los costes reflejan costes de oportunidad.
- Suponemos que la conducta de la empresa está guiada por la maximización del beneficio:
  - En el momento en que una empresa no sea capaz de obtener unos ingresos superiores al valor de los recursos utilizados, está condenada a desaparecer.

# Análisis gráfico de la maximización del beneficio: el enfoque del ingreso total-coste total

El beneficio económico es la distancia vertical existente entre el ingreso total y el coste total

Buscar el máximo beneficio es lo mismo que buscar la máxima diferencia entre ingresos totales y costes totales

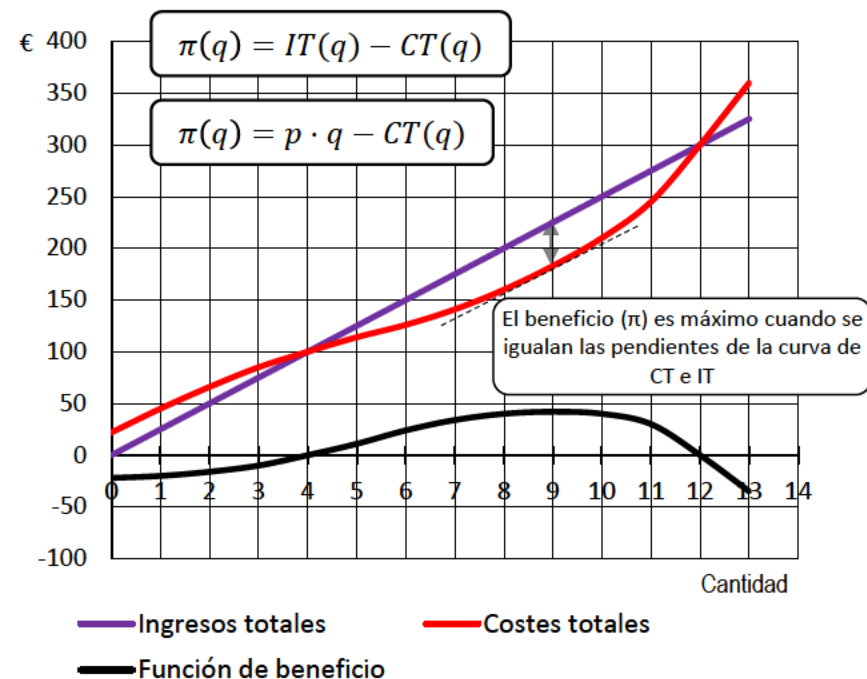
El beneficio ( $\pi$ ) es máximo cuando se igualan las pendientes de las curvas de IT y CT (en A y B)



— Ingresos totales — Costes totales  
— Función de beneficio

# La maximización del beneficio a corto plazo de la empresa competitiva

Cantidad	Ingresos totales	Costes totales	Beneficios totales
0	0	22	-22
1	25	45	-20
2	50	66	-16
3	75	85	-10
4	100	100	0
5	125	114	11
6	150	126	24
7	175	141	34
8	200	160	40
9	225	183	42
10	250	210	40
11	275	245	30
12	300	300	0
13	325	360	-35



$$\pi(9) = 25 \cdot 9 - CT(9) = 225 - 183 = 42$$

$$\Rightarrow \pi^* = 42€$$

# Análisis matemático de la maximización del beneficio: el enfoque del ingreso total-coste total

- Si el objetivo de la empresa es la maximización del beneficio:

$$\pi(q) = IT(q) - CT(q)$$

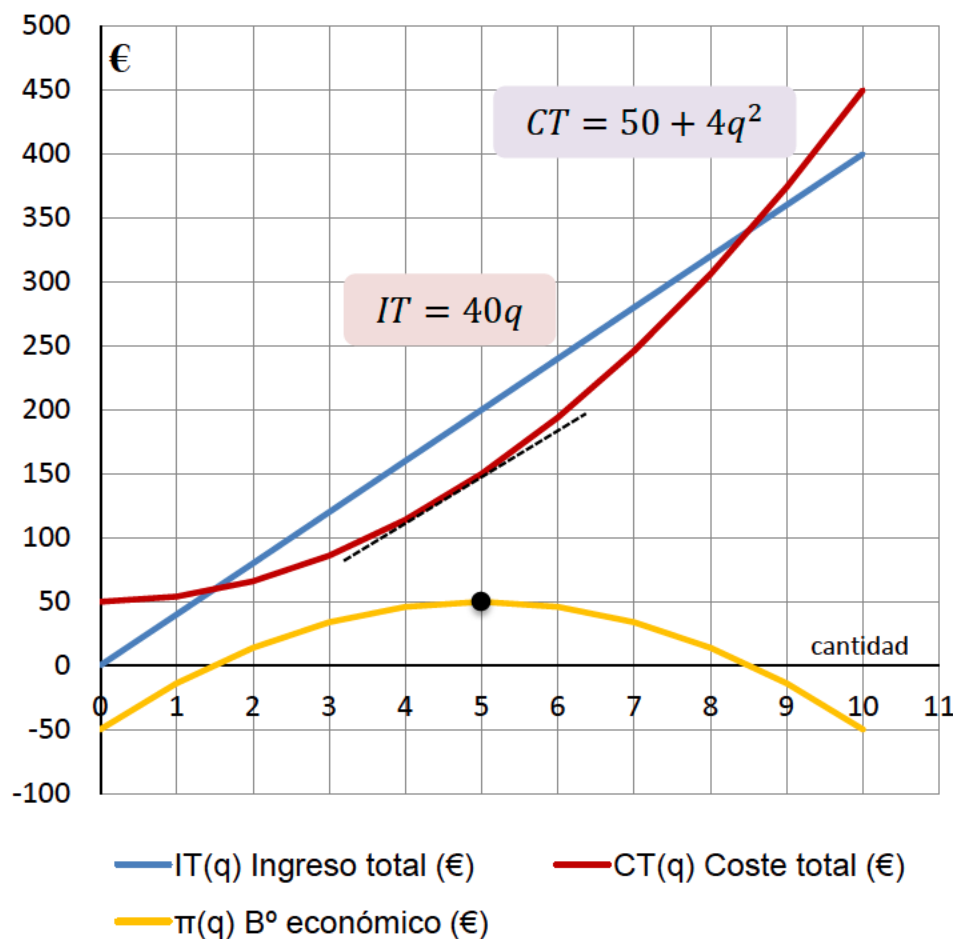
- el volumen de producto (*output*,  $q$ ) que maximiza el beneficio se halla derivando la función de beneficio anterior con respecto a  $q$ , e igualando a cero (condición de primer orden):

$$\frac{d\pi}{dq} = 0$$

- La condición de 2º orden:

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} < 0$$

# La maximización del beneficio: el caso de la empresa precio-aceptante



$$\pi = IT - CT$$

$$\pi = 40q - 50 - 4q^2$$

- La maximización del beneficio exige que  $\pi' = 0$

$$\pi' = 40 - 8q = 0$$

$$40 = 8q$$

$$q^* = 5 \text{ u. c.}$$

- Comprobamos ahora la condición de máximo  
 $\pi'' = -8$ ;  $\pi''(5) = -8 < 0$  ( $\exists$  máximo relativo)
- Calculamos el beneficio máximo

$$\pi(5) = 40 \cdot 5 - 50 - 4(5)^2 = 200 - 150 = 50 \Rightarrow \pi^* = 50\text{€}$$

# La maximización del beneficio: el caso de la empresa precio-decisor

La función de ingresos totales de una empresa viene dada por:  $IT = 500q - 2q^2$ ; y su función de costes totales es:  $CT = 3q^2 + 50q + 2125$ . Halle la producción y el beneficio de equilibrio.

- Función de beneficio:

$$\begin{aligned}\pi &= IT - CT = 500q - 2q^2 - 3q^2 - 50q - 2125 \\ \pi &= -5q^2 + 450q - 2125\end{aligned}$$

- Condición de primer orden:

$$\begin{aligned}\pi' &= -10q + 450 = 0 \\ 10q &= 450; \mathbf{q^* = 45 \text{ u. c.}}\end{aligned}$$

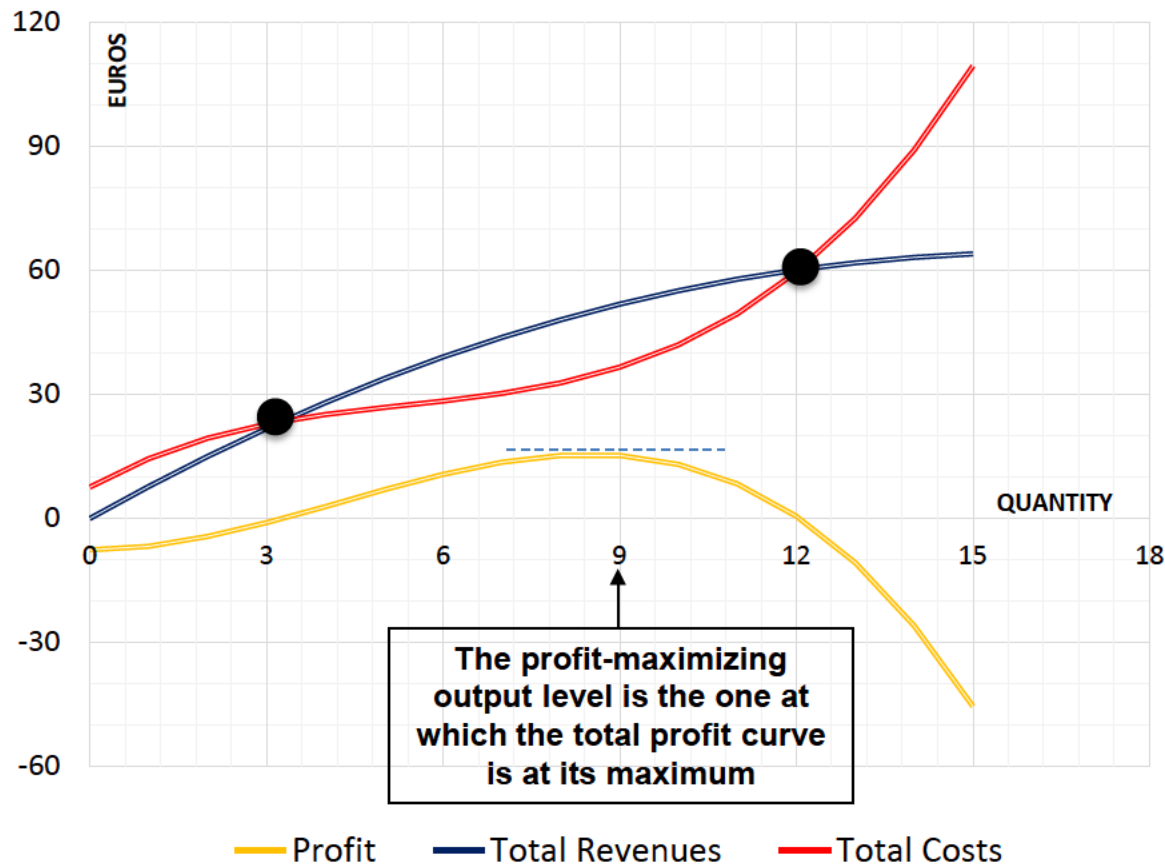
- Condición de segundo orden:

$$\pi'' = -10; \pi''(45) = -10 < 0 \text{ (}\exists \text{ máximo relativo)}$$

- Beneficio máximo:

$$\begin{aligned}\pi &= -5(45)^2 + 450(45) - 2125 = 8000 \\ \pi^* &= \mathbf{8.000 \text{ u. m.}}\end{aligned}$$

# Profit maximization



## BREAK-EVEN POINT (BEP)

It is shown graphically as the point where the total revenue and total cost curves meet

$$\text{REVENUES} = \text{COSTS} (*)$$

*There is no profit or loss*

(\*) Opportunity costs have been "paid"

Our profit function equation will be as follows:

$$\pi(q) = TR(q) - TC(q)$$

Profit is equal to total revenue (TR) minus total cost (TC)

# Capítulo 4.

## La teoría del coste de producción y la maximización del beneficio

