# Capítulo 3. La teoría de la producción

# INTRODUCCIÓN

# La empresa y la producción

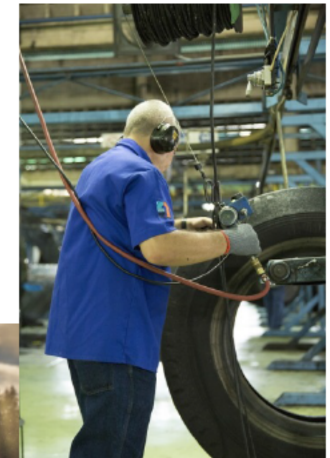
- La función principal que realiza una empresa en la actividad económica es la de producir bienes y servicios que demandan los consumidores.
- El problema fundamental del productor será decidir qué cantidad de producto le interesa llevar al mercado y cuál es la mejor forma de producirlo.
- La teoría microeconómica de la producción tiene como objetivo la construcción de un marco analítico que permita explicar el comportamiento de los productores (o empresas) en su conversión de recursos en productos, y que es aplicable a diversos contextos.

# La empresa y la producción

- Ford combina acero, vidrio, tiempo de los trabajadores y horas de operación de la línea de ensamblaje para producir automóviles.

- Los agricultores combinan su trabajo con semillas, tierra, fertilizantes, agua y maquinaria para producir cosechas.

- Las universidades combinan el tiempo de los profesores con los libros y las horas de estudio de los alumnos para producir graduados.



# La función de producción de la empresa

- Los economistas usamos el término tecnología (o proceso productivo) para especificar las relaciones entre el producto final y los factores productivos usados para su obtención.
- La tecnología se encuentra resumida en la llamada función de producción:
  - Esta indica el límite de las posibilidades tecnológicas de la empresa.
- Una función de producción especifica la máxima cantidad de producto (q) que puede obtener la empresa con cada combinación específica de factores:

$$q = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

# En resumen

- La función de producción es la relación matemática entre las cantidades utilizadas de factores productivos y la cantidad de producción máxima que se puede fabricar (utilizando siempre unidades físicas), dado el conocimiento actual de la tecnología y de la organización del proceso productivo.
- En el estudio de la empresa asumimos que la producción está organizada eficientemente desde el punto de vista técnico (no hay despilfarro de recursos).

# El proceso productivo de la empresa

***INPUTS*** **(recursos o factores de producción), básicamente el trabajo (L) y el capital (K)**

***L***

***K***


***OUTPUT*** (o producto final)

***q***

La **tecnología** puede ser descrita como las formas actualmente conocidas de convertir los recursos (*inputs* o factores productivos) en productos (*outputs*) deseados por las empresas.

**Eficiencia**, en un sentido de la ingeniería, significa que un proceso de producción ha alcanzado la cantidad máxima de producto (*output*) que es físicamente posible con la tecnología actual y dada una cantidad fija de recursos.

# Función de producción Cobb-Douglas

| L \ K | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,0 | 1,4 | 1,7 | 2,0 | 2,2 |
| 2 | 1,4 | 2,0 | 2,4 | 2,8 | 3,2 |
| 3 | 1,7 | 2,4 | 3,0 | 3,5 | 3,9 |
| 4 | 2,0 | 2,8 | 3,5 | 4,0 | 4,5 |
| 5 | 2,2 | 3,2 | 3,9 | 4,5 | 5,0 |

Unidades de producto ($q$)

$$q = f\,(L, K)$$

En una función de producción de **largo plazo** todos los *inputs* se pueden ajustar

El número en cada celda es la cantidad de *output* generado por la correspondiente combinación de *inputs*

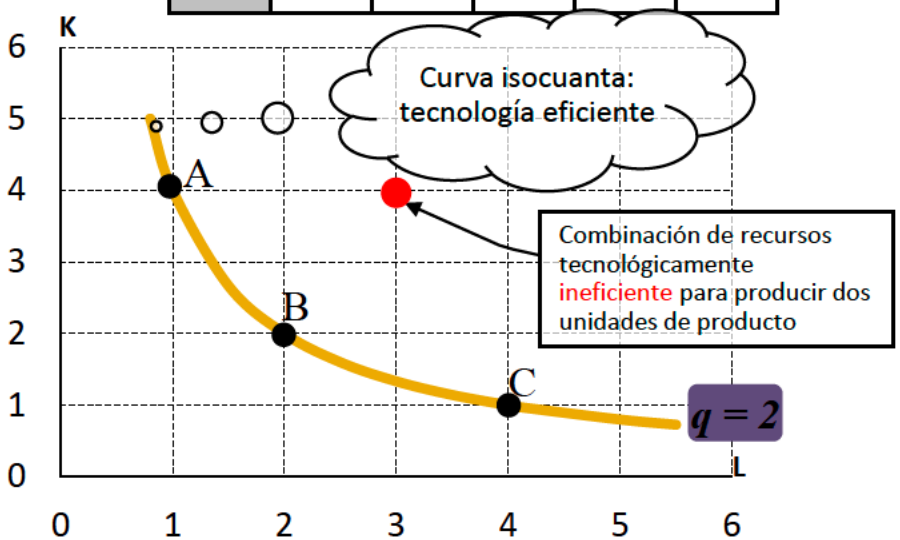
- La tabla resume el *output* que se obtiene de diferentes combinaciones de *inputs* si la tecnología viniese recogida por la función de producción Cobb-Douglas:

$$q = L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}$$

- Una función de producción recoge el concepto de eficiencia en la producción (eficiencia técnica):
  - Una unidad de producción es técnicamente eficiente cuando produce el nivel de *output* máximo posible a partir de una determinada combinación de *inputs* o factores.
- Las distintas combinaciones de factores que un momento del tiempo son factibles dependerá del estado de la tecnología (de los conocimientos técnicos).

# Combinación de factores productivos: eficiencia técnica

| L \ K | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,0 | 1,4 | 1,7 | 2,0 | 2,2 |
| 2 | 1,4 | 2,0 | 2,4 | 2,8 | 3,2 |
| 3 | 1,7 | 2,4 | 3,0 | 3,5 | 3,9 |
| 4 | 2,0 | 2,8 | 3,5 | 4,0 | 4,5 |
| 5 | 2,2 | 3,2 | 3,9 | 4,5 | 5,0 |




- El gráfico recoge las posibles combinaciones de *inputs* para producir 2 unidades de *output*.
- La tecnología disponible proporciona tres formas de combinarlos: métodos de producción técnicamente eficientes A, B, C:
  - isocuanta: curva que muestra todas las combinaciones posibles de factores que generan el mismo nivel de producción.

# Combinación óptima de factores

- El productor racional buscará la eficiencia económica:
  - combinación de factores que representa el coste mínimo, dados los precios de los mismos.
- Una unidad de producción es eficiente desde el punto de vista económico cuando utiliza la combinación de *inputs* de mínimo coste para producir un determinado nivel de *output*.
- La maximización de beneficios exige la eficiencia económica y ésta, como prerrequisito, la técnica.

# El tiempo y la variabilidad de los factores productivos

- Dada la función: $q = f(L, K)$, si la empresa quisiera aumentar la producción, debería aumentar uno o ambos factores.
- Pero la empresa no puede variar los niveles de los factores productivos con la misma rapidez y facilidad.
- Lleva tiempo cambiar la escala de trabajo (moverse de una dimensión empresarial pequeña a otra más grande).

# Corto plazo versus largo plazo

- La empresa toma las decisiones de producción dentro de dos diferentes periodos de tiempo, teniendo en cuenta la diferente velocidad con la que pueden variar los distintos tipos de *inputs:*
  - Estos periodos son: el corto plazo (c/p) y el largo plazo (l/p).
- Diferenciamos entre corto y largo plazo teniendo en cuenta las condiciones de fijeza de un factor de producción:
  - Corto plazo: nos encontramos con factores fijos y variables.
  - La empresa puede ajustar la producción cambiando solamente los factores variables.
- Largo plazo: es un periodo lo suficientemente grande para poder alterar todos los factores:
  - Todos los factores productivos son considerados variables.

# ESTUDIO DEL CORTO PLAZO

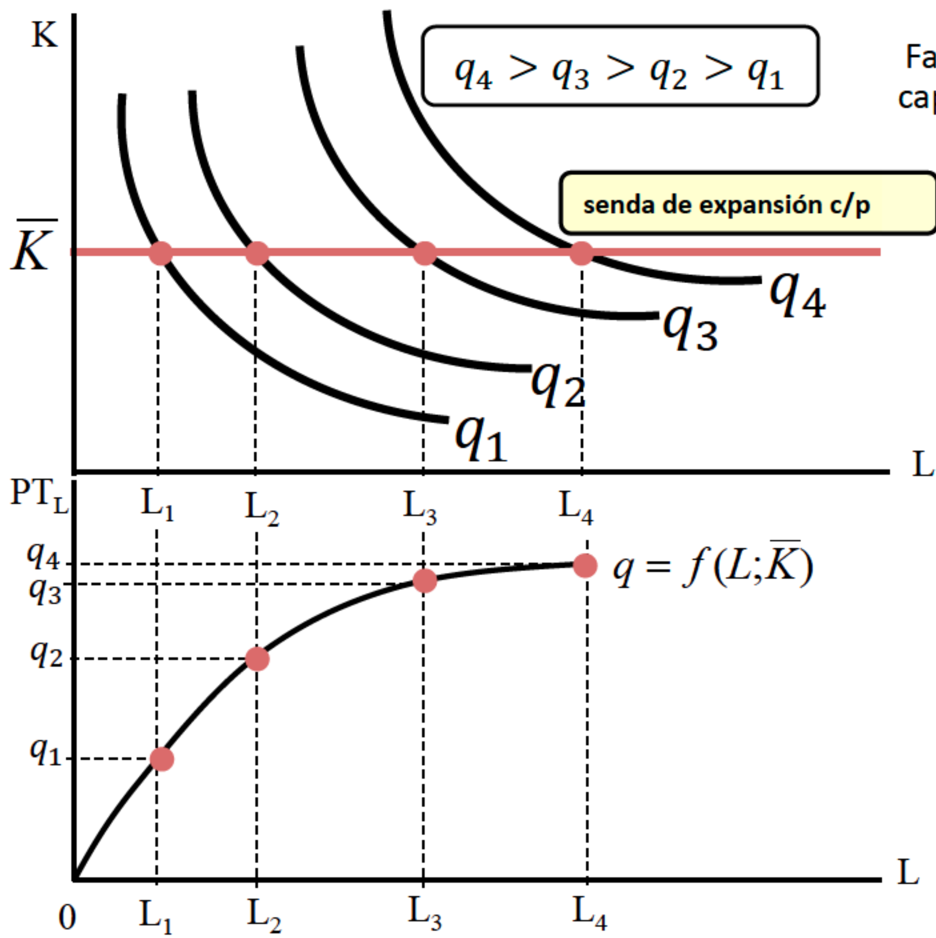
# La producción con un factor fijo y otro variable

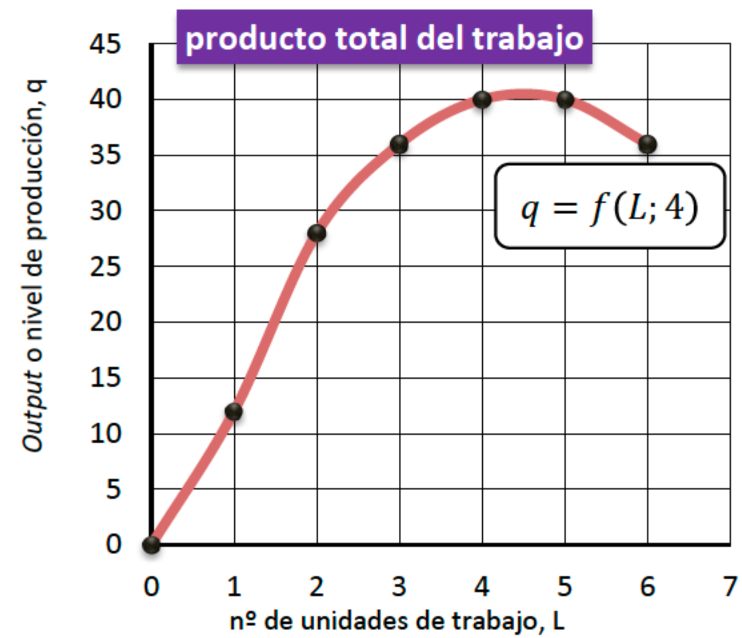
- Se define el corto plazo como el periodo de tiempo en el cual están fijos uno o más factores de producción (al menos un *input* es fijo y no se puede alterar).
- Vamos a considerar que el capital es fijo en el corto plazo.
- La función de producción a corto plazo será:

$$q = f(L; \overline{K})$$

# La función de producción en el corto plazo

| Factor capital, K \ Factor trabajo, L | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 10 | 24 | 31 | 36 | 40 | 39 |
| 5 | 12 | 28 | 36 | 40 | 42 | 40 |
| 4 | 12 | 28 | 36 | 40 | 40 | 36 |
| 3 | 10 | 23 | 33 | 36 | 36 | 33 |
| 2 | 7 | 18 | 28 | 30 | 30 | 28 |
| 1 | 3 | 8 | 12 | 14 | 14 | 12 |



# Producción de la empresa con un factor variable (trabajo) y un factor fijo (capital)

***Output* (q) o producto total del trabajo ($PT_L$)**

**Producto marginal del factor variable L**

**Producto medio del factor variable L**

| L | q | PMaL | PMeL |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | --- | --- |
| 1 | 12 | 12 | 12 |
| 2 | 28 | 16 | 14 |
| 3 | 36 | 8 | 12 |
| 4 | 40 | 4 | 10 |
| 5 | 40 | 0 | 8 |
| 6 | 36 | -4 | 6 |

- Producto marginal del factor variable L
  - Cambio en la producción total ocasionado por un incremento en una unidad del factor variable trabajo:

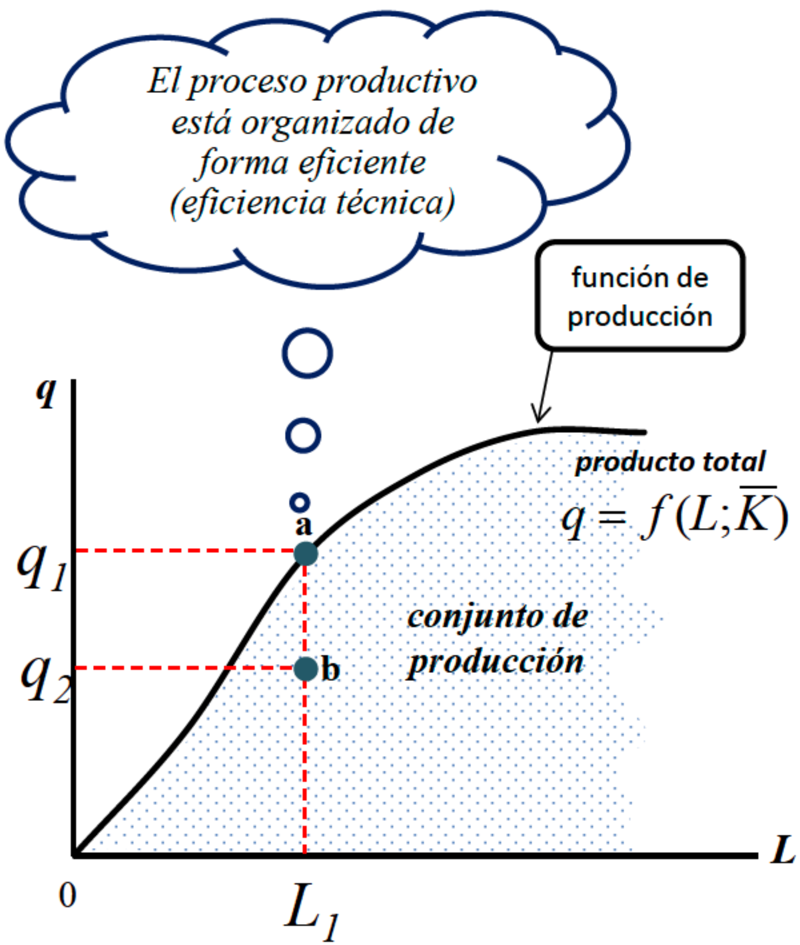
$$PMaL = \frac{\Delta q}{\Delta L}$$

- Producto medio del factor variable L:
  - Cociente entre el nivel de producción y la cantidad de trabajo utilizada:

$$PMeL = \frac{q}{L}$$

  - Al producto medio del trabajo se le suele denominar productividad del trabajo, e indica el nivel de producción que obtiene la empresa por unidad de trabajo empleado.

# Reconsideración de la función de producción de corto plazo

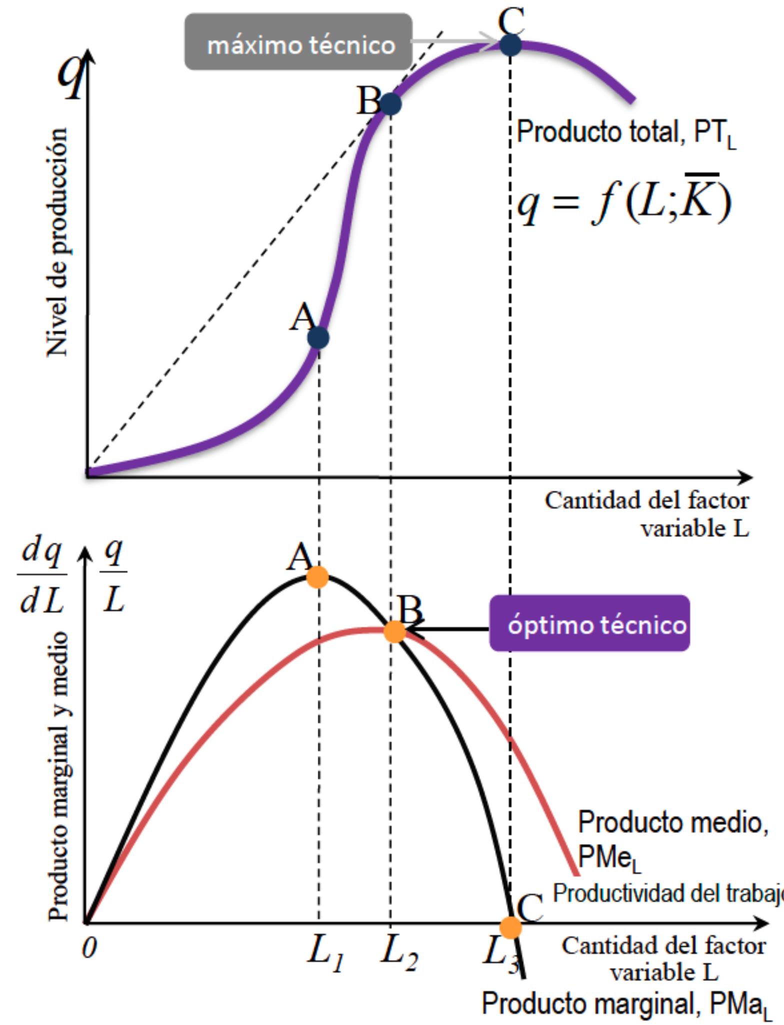



- El conjunto de producción es el conjunto de todas las combinaciones de factor y producto factibles para la empresa desde un punto de vista técnico:
  - Los puntos en la curva, como a, son decisiones eficientes.
  - Los puntos por debajo de la curva, como b, son decisiones factibles pero ineficientes.
  - Los puntos por encima de la curva son imposibles dada la tecnología.
- La curva del producto total del gráfico muestra el volumen total (máximo) de producción que se puede obtener con diferentes niveles de trabajo y un número fijo de unidades de capital, dada la tecnología.

# La geometría del producto total, medio y marginal

- A partir del punto en el que la curva del producto total del trabajo alcanza su punto de inflexión (punto A), la curva del producto marginal empieza a ser decreciente (comienza a operar la llamada ley de los rendimientos decrecientes).
- La curva del producto medio es cortada en su punto máximo por la curva del producto marginal (punto B).
- El máximo del producto medio se alcanza cuando un radio vector trazado desde el origen de coordenadas es tangente a la curva del producto total (punto B).
- Cuando el producto total alcanza su máximo (punto C), la curva del producto marginal corta al eje de abscisas (el producto marginal es igual a cero).
- Si asumimos cambios infinitesimales en la producción y en el factor variable, entonces el producto marginal del trabajo sería:

$$PMa_L = \frac{dq}{dL}$$



# La elasticidad-producto del factor trabajo

- La elasticidad-producto con respecto al *input* trabajo mide el cambio porcentual en el *output* ante un cambio en un 1% en el *input* trabajo, manteniendo el capital constante:

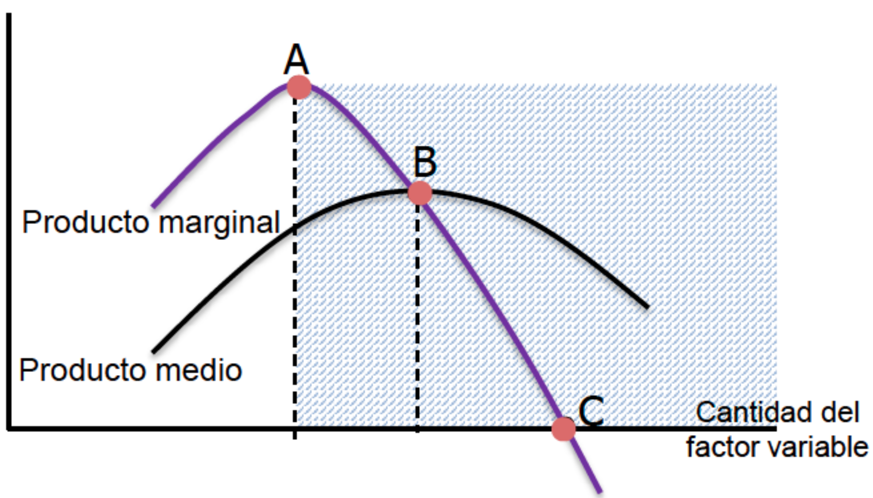
$$\boxed{\epsilon_L^q = PMa_L \frac{L}{q}}$$

$$\boxed{\epsilon_L^q = \frac{PMa_L}{PMe_L}}$$

$$\epsilon_L^q = \frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dL}{L}} = \frac{dq}{dL}\frac{L}{q} = PMa_L \frac{L}{q} = PMa_L \frac{1}{PMe_L}$$

# La ley de los rendimientos marginales decrecientes

La razón de que existan rendimientos decrecientes en el corto plazo es la presencia de factores de producción fijos con los que tienen que trabajar el factor variable




- Esta "ley" establece que si dado el estado de la tecnología en el proceso de producción se añaden más y más unidades del *input* variable, manteniendo constante el nivel de los otros *inputs,* llega un momento (punto A en el gráfico) en el que los incrementos resultantes en el *output* (o producto total) comienzan a disminuir (producto marginal decreciente).

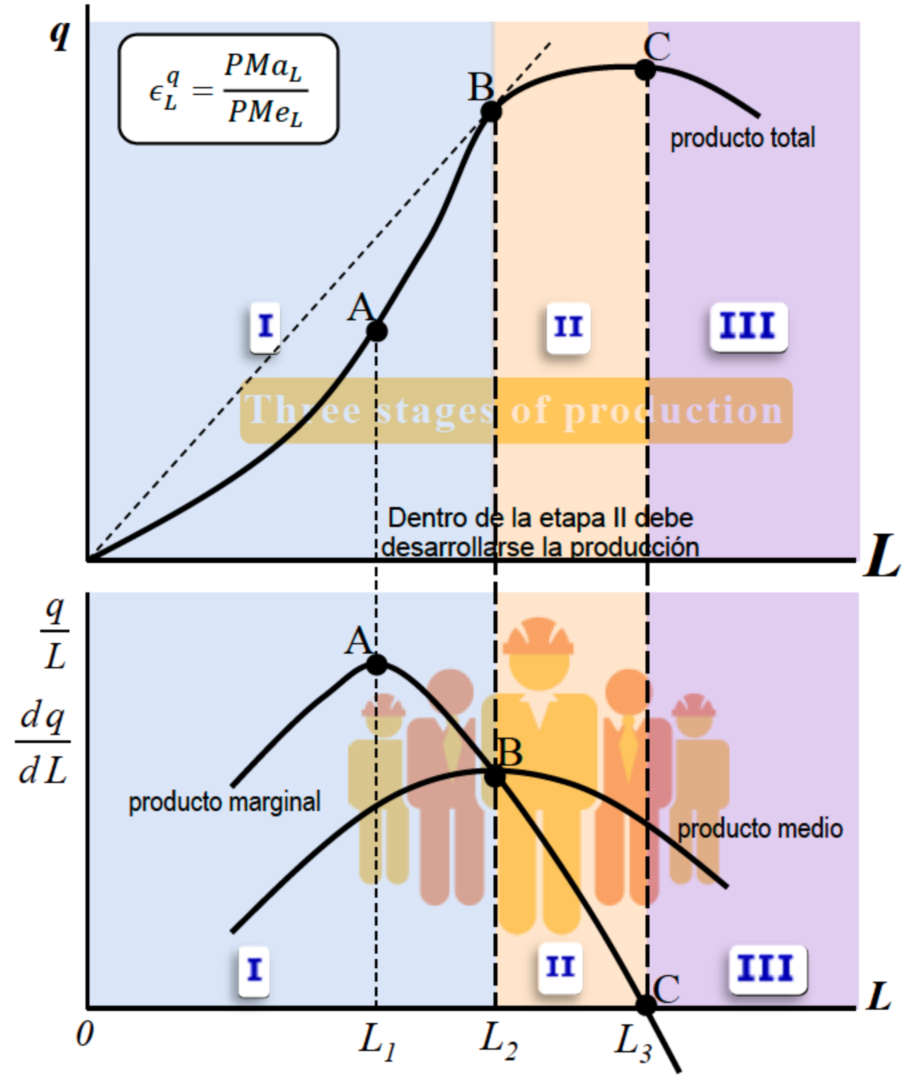
# La ley de los rendimientos marginales decrecientes

| L | q | PMaL |
|---|---|---|
| 0 | 0 | |
| 1 | 12 | 12 |
| 2 | 28 | 16 |
| 3 | 36 | 8 |
| 4 | 40 | 4 |
| 5 | 40 | 0 |
| 6 | 36 | -4 |

- En una alfarería pequeña, con solo un torno y un horno, un trabajador puede lograr 12 unidades de producto por periodo temporal; dos trabajadores podrían producir más del doble por la especialización y reparto de tareas. Pero a partir del tercer trabajador, la productividad marginal caería**. ¿Y qué puede hacer realmente un sexto trabajador?** Quizás servirles cerveza fría y contarles chistes a sus compañeros.

# Etapas o fases de la producción

- **Etapa I** del trabajo
  - PMeL creciente; PMaL positivo
  - Valor de la elasticidad: $\epsilon_L^q \geq 1$
- **Etapa II** del trabajo
  - PMeL decreciente; PMaL positivo
  - Valor de la elasticidad: $1 \geq \epsilon_L^q \geq 0$
- **Etapa III** del trabajo
  - PMeL decreciente; PMaL negativo
  - Valor de la elasticidad: $\epsilon_L^q \leq 0$



# ESTUDIO DE LA PRODUCCIÓN EN EL LARGO PLAZO

# La producción en el largo plazo

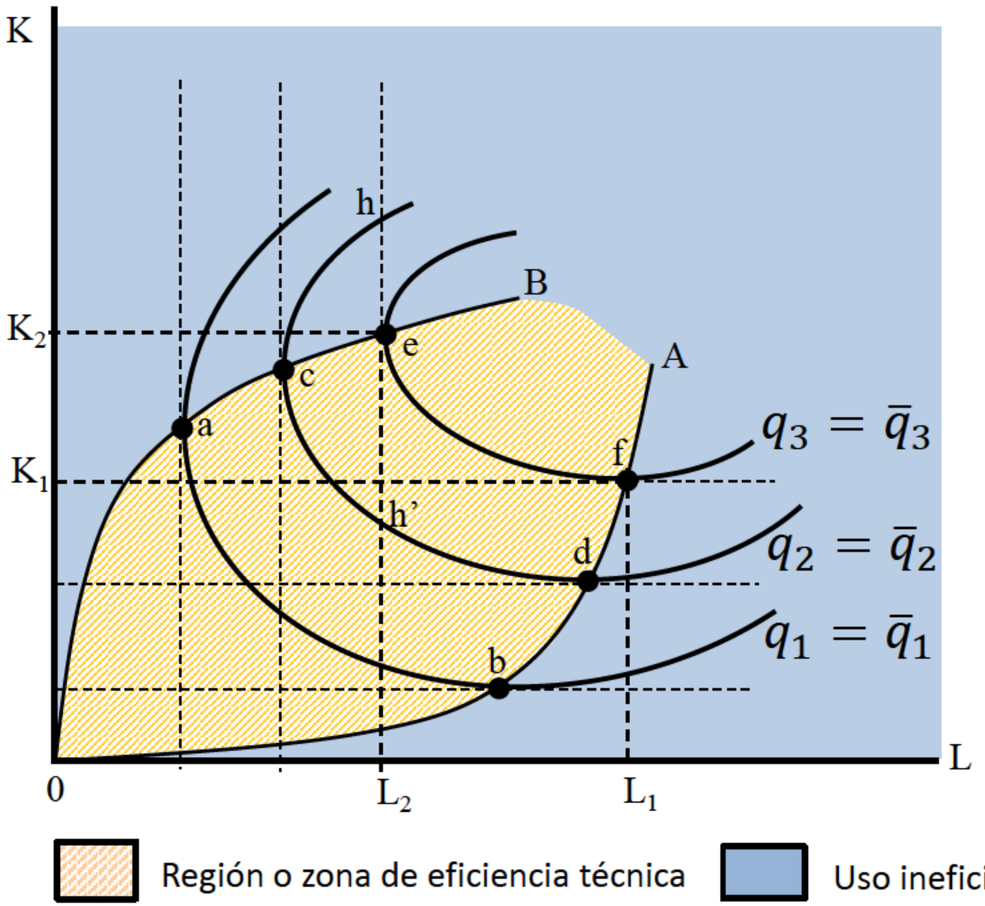
- El largo plazo (l/p) es un periodo de tiempo lo suficientemente grande que le permite a la empresa poder ajustar todos los factores de producción (en el largo plazo todos los factores son variables).
- El largo plazo es, entonces, el periodo de tiempo relevante cuando una empresa está planeando expandir el conjunto de su escala de operaciones.

# La producción en el largo plazo con dos factores variables

- Si solo hay dos factores, L y K, la función de producción l/p es: $q = f(L, K)$.
- Cuando los dos factores son variables, la empresa suele producir una determinada cantidad de producto utilizando una gran cantidad de trabajo y muy poco capital, una gran cantidad de capital y muy poco trabajo, o cantidades equilibradas de ambos factores.
- Entonces, la ecuación de una isocuanta en que se mantiene constante la producción es:

$$\overline{q} = f\,(L,K)$$

# Delimitando los métodos de producción eficientes




Una isocuanta es elíptica o de forma oval como se muestra en la figura, pero su área de operación racional se encuentra entre las líneas de contorno (*ridge lines*) 0A y 0B.

La línea 0A muestra la cantidad mínima de capital para diferentes cantidades de *output*. La línea 0B muestra la cantidad mínima de trabajo para diferentes cantidades de *output*.

# ¿Cuál es la importancia de las líneas de contorno en la producción?

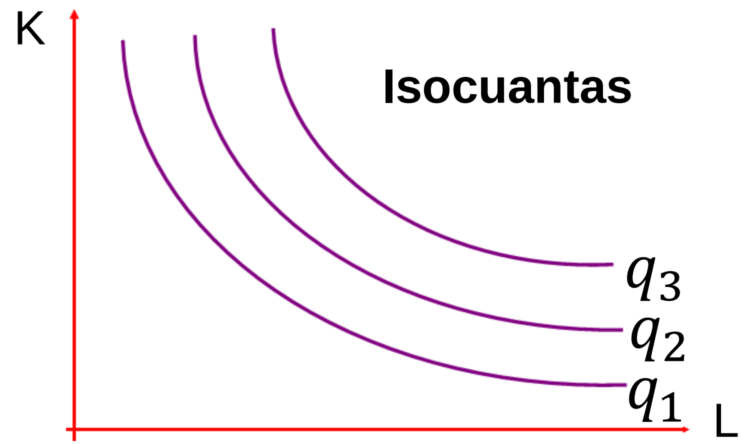
- La empresa producirá solo en aquellos segmentos de las isocuantas que son convexos con respecto al origen y se encuentran entre las líneas de contorno (como ab, cd, ef):
  - Las técnicas de producción solo son eficientes dentro de las líneas de contorno.
  - Los métodos de producción son ineficientes fuera de las líneas de contorno.
- Un conjunto o mapa de isocuantas describe la función de producción de la empresa en el largo plazo: combinaciones de trabajo y capital que dan lugar a diversos niveles de producción.

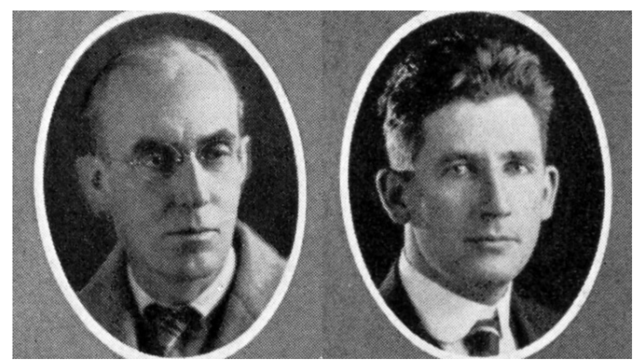
# Tecnologías de producción: función de producción Cobb-Douglas

- Las funciones de producción Cobb-Douglas son una familia de tecnologías del tipo:

$$q = A\,L^{\alpha}\,K^{\beta}$$
$$A, \alpha, \beta > 0$$

- A es un parámetro de eficiencia que "explica" todos aquellos cambios en q que no pueden explicarse por los cambios en K y L; por ejemplo, la influencia del progreso técnico.
- Cuando la función de producción es Cobb-Douglas, las isocuantas son estrictamente convexas.



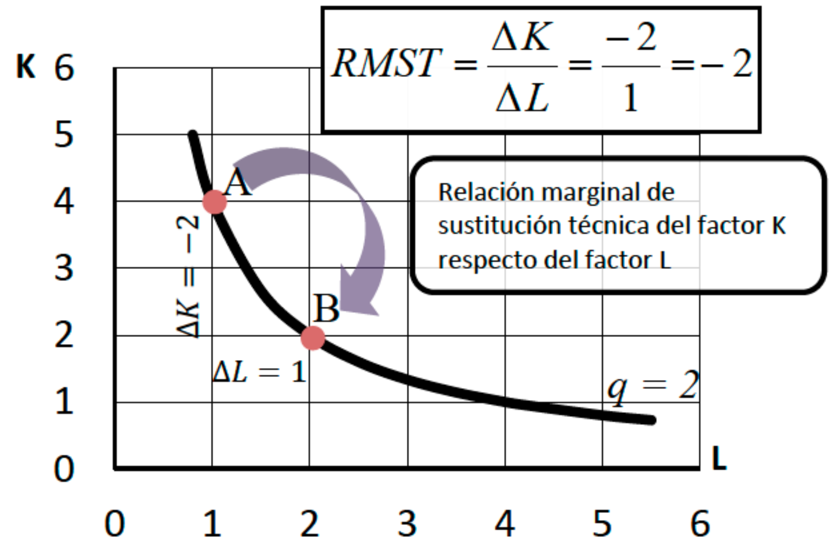
Charles W. Cobb    Paul H. Douglas

# Propiedades de las isocuantas

- Las isocuantas representan una misma producción a lo largo de toda la curva.
- No se cortan.
- Cuanto más lejos del origen, mayor nivel de producción.
- Por cada punto del espacio pasa una única isocuanta:
  - Cada combinación de factores productivos puede originar una única cantidad máxima de producto.
- Son decrecientes:
  - Una disminución en la cantidad empleada de uno de los factores es preciso compensarla con un incremento en el empleo del otro factor productivo.
  - Recordemos que solo consideramos combinaciones técnicamente eficientes.
- Son convexas.

# ¿Cuál es el grado de sustituibilidad entre los factores?

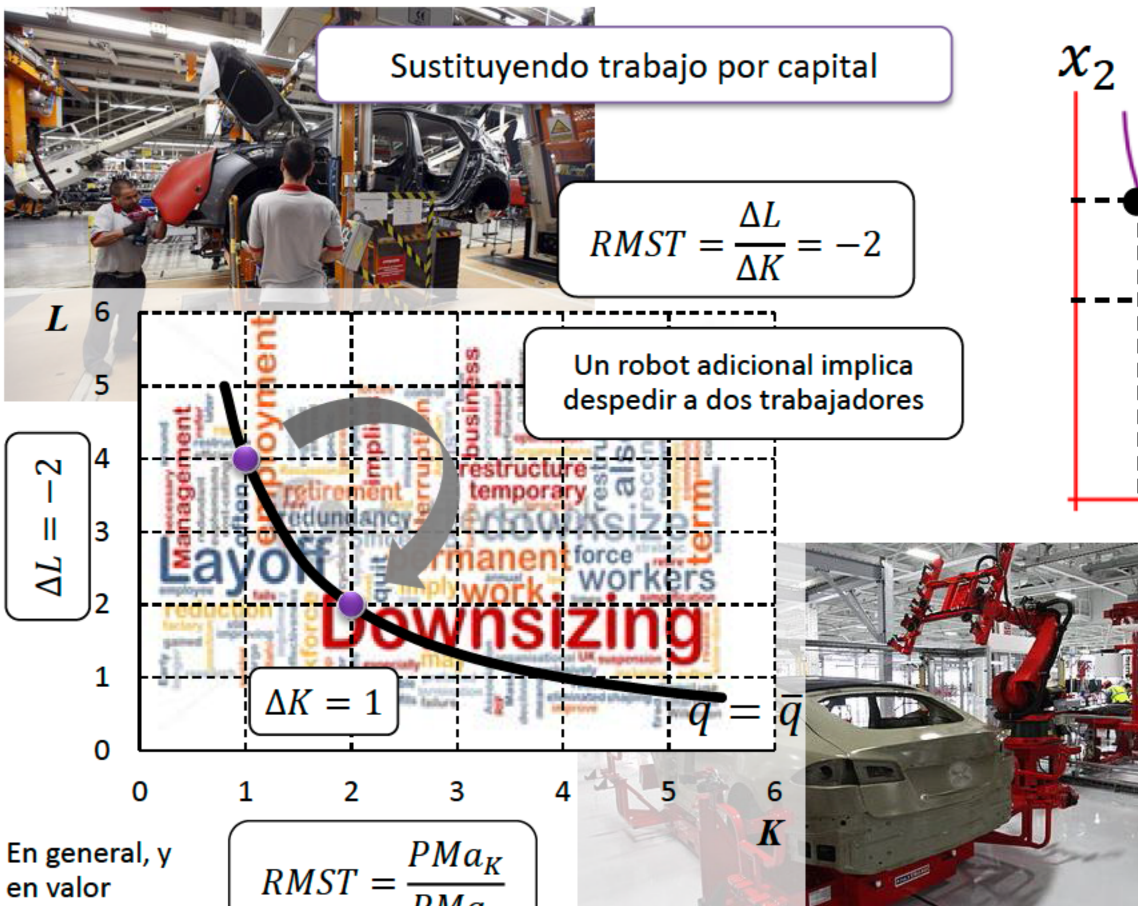
- La posibilidad de sustituir un factor por otro varía a lo largo de una isocuanta.
- La relación marginal de sustitución técnica nos dice cuántas unidades de capital puede sustituir la empresa con una unidad adicional de trabajo manteniendo constante la producción.
- Puesto que las isocuantas tienen pendiente negativa, la RMST es en sentido estricto negativa.
- La relación marginal de sustitución técnica varía a lo largo de una isocuanta curvilínea.
- La RMST es decreciente (en valor absoluto) a medida que la empresa aumenta el trabajo.




$$RMST = \frac{dK}{dL} = -\frac{PMa_L}{PMa_K}$$

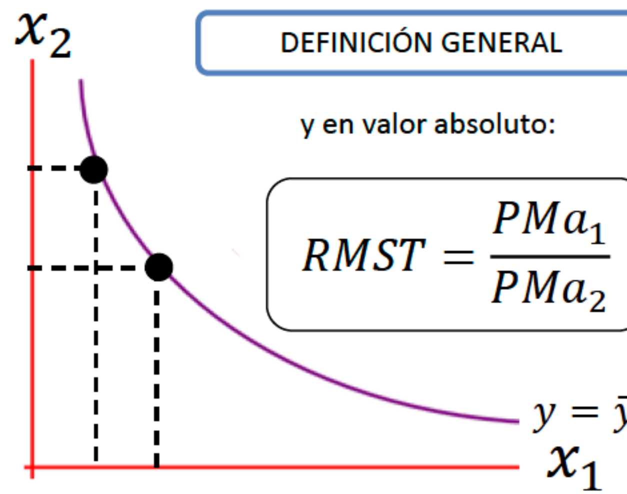
$$PMa_L = \frac{\partial q}{\partial L} \qquad PMa_K = \frac{\partial q}{\partial K}$$

# La relación marginal de sustitución técnica: aspectos generales




En general, y en valor absoluto:

$$RMST = \frac{PMa_K}{PMa_L}$$




DEFINICIÓN GENERAL

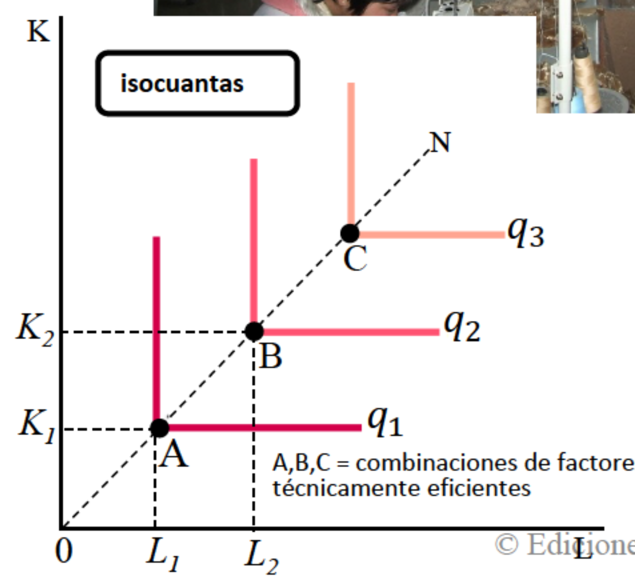
y en valor absoluto:

$$RMST = \frac{PMa_1}{PMa_2}$$

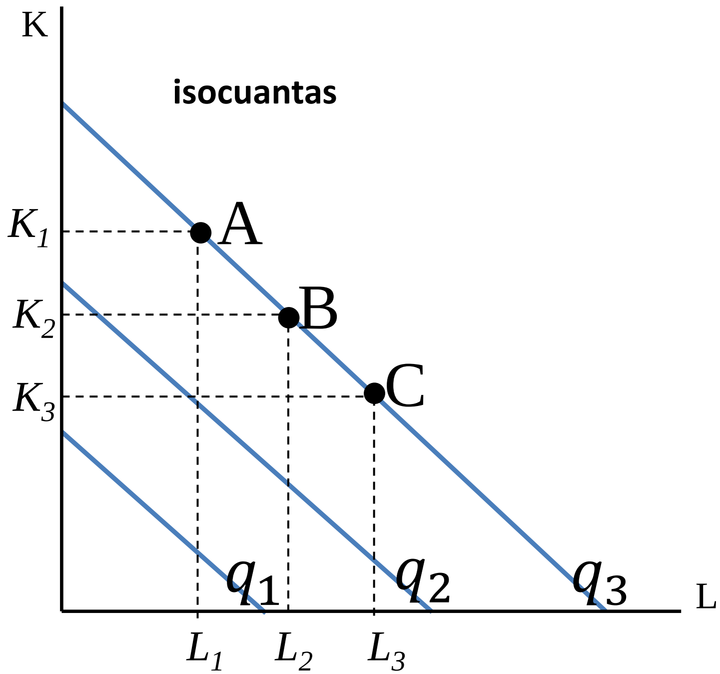
La relación marginal de sustitución técnica es la cantidad de un factor de producción que debe reducir la empresa ($-\Delta x_2$) si quiere aumentar en una unidad el uso del otro factor de producción ($\Delta x_1 = 1$), de manera que el volumen de producción quede constante ($y = \bar{y}$).

# Otros ejemplos de tecnologías: función de producción de proporciones fijas

- En una función de producción de proporciones fijas (**o tecnología de Leontief**), el capital y el trabajo siempre se usan en una <u>proporción fija:</u>
  - La razón entre el capital y el trabajo, dada por la pendiente de ON, es fija físicamente y las isocuantas, necesariamente, forman ángulos rectos.
  - Para obtener el nivel de producción **q** es necesario utilizar capital y trabajo en la proporción $\frac{K}{L}$.
  - Por ejemplo, dada la cantidad de capital $K_1$, no tiene importancia si se utiliza trabajo en una cantidad superior a $L_1$, puesto que la producción no puede incrementarse más allá de $q_1$; por consiguiente, utilizar cantidades mayores de trabajo resultaría ineficiente.
  - De forma similar, dada la cantidad de trabajo $L_1$, no tiene importancia si se utiliza una cantidad de capital superior a $K_1$; en realidad, una cantidad superior a $K_1$ sería ineficiente.
- Expresamos la función de producción de proporciones fijas de la forma siguiente: $f(L, K) = min.\{aL, bK\} \quad a, b > 0.$



# Otros ejemplos de tecnologías: función de producción lineal




Los métodos de producción A, B y C son técnicamente eficientes y representan tres combinaciones de capital y trabajo que generan el mismo nivel de producción $\overline{q}_3$

- Expresamos la función de producción lineal de la forma siguiente:

$$f(L,K) = (aL + bK)^{\alpha}$$

$$a, b, \alpha > 0$$

- Los factores productivos son sustitutivos perfectos.
- Decimos que dos factores son sustitutivos perfectos si la cantidad de uno de ellos que puede sustituir (o ser sustituida por) una unidad del otro es siempre la misma, independientemente del punto inicial.
- Gráficamente, significa que las isocuantas serán rectas paralelas.

# La elasticidad de sustitución

- La elasticidad de sustitución de factores se define como:

$$\sigma = \frac{\%\ cambio\ en\ \frac{K}{L}}{\%\ cambio\ en\ la\ RMST} = \frac{\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\frac{d(RMST)}{RMST}} = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{d(RMST)} \frac{RMST}{\frac{K}{L}}$$

- Su utilidad radica en cuantificar cómo varía K/L a lo largo de una isocuanta conforme varía la RMST (la pendiente de la curva isocuanta en cada punto).
- Función de producción Cobb-Douglas: $\sigma = 1$

$$q = A\ L^{\alpha}\ K^{\beta}; RMST = -\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{K}{L}\right);\ \sigma = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{-\frac{\alpha}{\beta}\ d\left(\frac{K}{L}\right)} \frac{-\frac{\alpha}{\beta}\frac{K}{L}}{\frac{K}{L}} = 1$$

- Función de producción de proporciones fijas: $\sigma = 0$
- Función de producción lineal: $\sigma \to \infty$

# RENDIMIENTOS A ESCALA EN EL LARGO PLAZO

# Rendimientos a escala

- Hemos definido el largo plazo como el periodo en el que tanto el capital como el trabajo son variables: *q = f (L,K).*
- Imaginemos que la empresa decide aumentar la producción aumentando la cantidad de trabajo usada en el proceso productivo y aumentando al mismo tiempo el capital necesario:

| Escala o tamaño | Número de trabajadores, L | Número de máquinas, K | Producción, unidades, q | Proporción $\frac{K}{L}$ |
|---|---|---|---|---|
| **A** | 10 | 10 | $q_A$ | 1 |
| **B** | 20 | 20 | $q_B$ | 1 |

- Cuando se hace esto, manteniendo constante las proporciones de los factores, se habla de rendimientos a escala.
- Los rendimientos a escala expresan cómo varía la cantidad producida por una empresa a medida que varía el uso de todos los factores que intervienen en el proceso de producción en la misma proporción.

## Rendimientos a escala crecientes

- Un aumento en igual porcentaje en todos los *inputs* produce un cambio más que proporcional en el *output*.
- ¿Razones? Por ejemplo, la mejora de la productividad de la mano de obra gracias a la experiencia acumulada en el puesto de trabajo; o por ejemplo la incorporación a la empresa de nuevas técnicas de producción.

## Rendimientos a escala decrecientes

- Un aumento en igual porcentaje en todos los *inputs* produce un cambio menos que proporcional en el *output*.
- ¿Razones? Normalmente se apunta como causa las llamadas deseconomías gerenciales de escala, que surgen cuando la empresa es tan grande que se hace difícil la coordinación de los diferentes departamentos, tareas, etc. y es posible que la producción no aumente tanto como sería deseable.

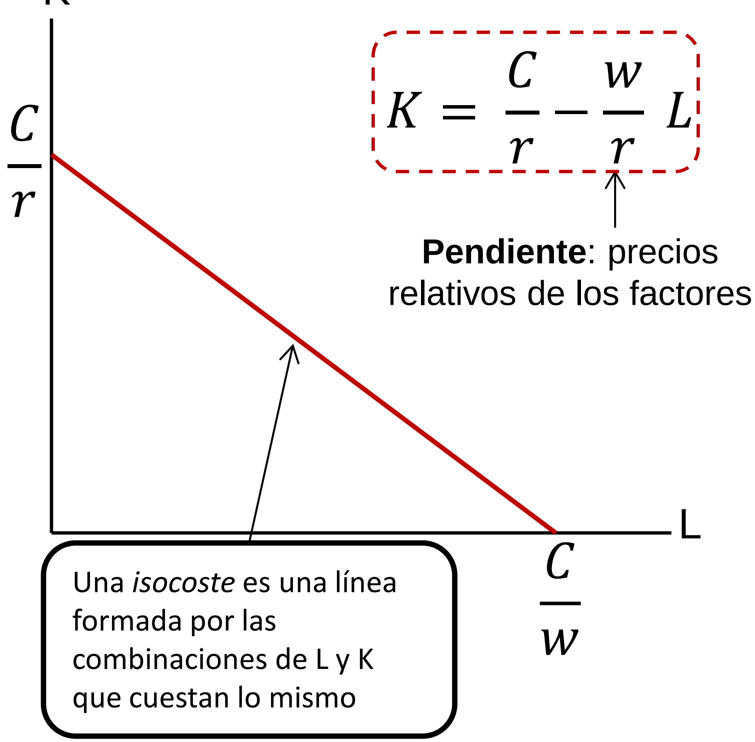
# LA COMBINACIÓN ÓPTIMA DE FACTORES PRODUCTIVOS

# La recta isocoste y el precio de los factores

$$wL + rK = C$$

**Ecuación de la isocoste**

$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r}L$$




- Supongamos que C es la cantidad o presupuesto disponible por parte de la empresa para gastar en la contratación o alquiler de los factores de producción:
  - Por tanto: $wL + rK \leq C$
- Partimos de un mercado de factores competitivo en el que los precios de éstos están dados a la empresa:
  - El precio unitario del trabajo, w, y del capital, r, no varían, independientemente de la cantidad que se utilice de cada uno.

# La combinación óptima de factores: el logro de la eficiencia económica

- La combinación óptima de factores dado el nivel de producción:

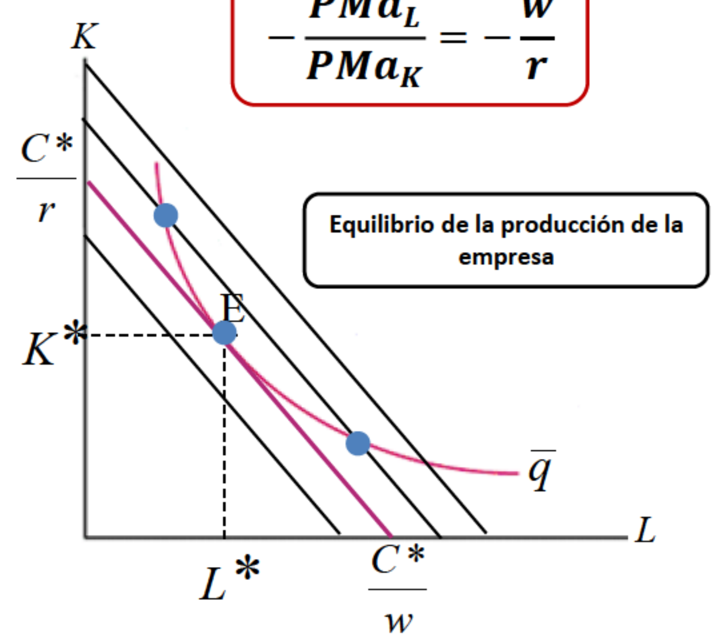
$$min.\ C = wL + rK$$

$$s.a.\ q = f(L, K)$$

  – La solución a este problema es C*.

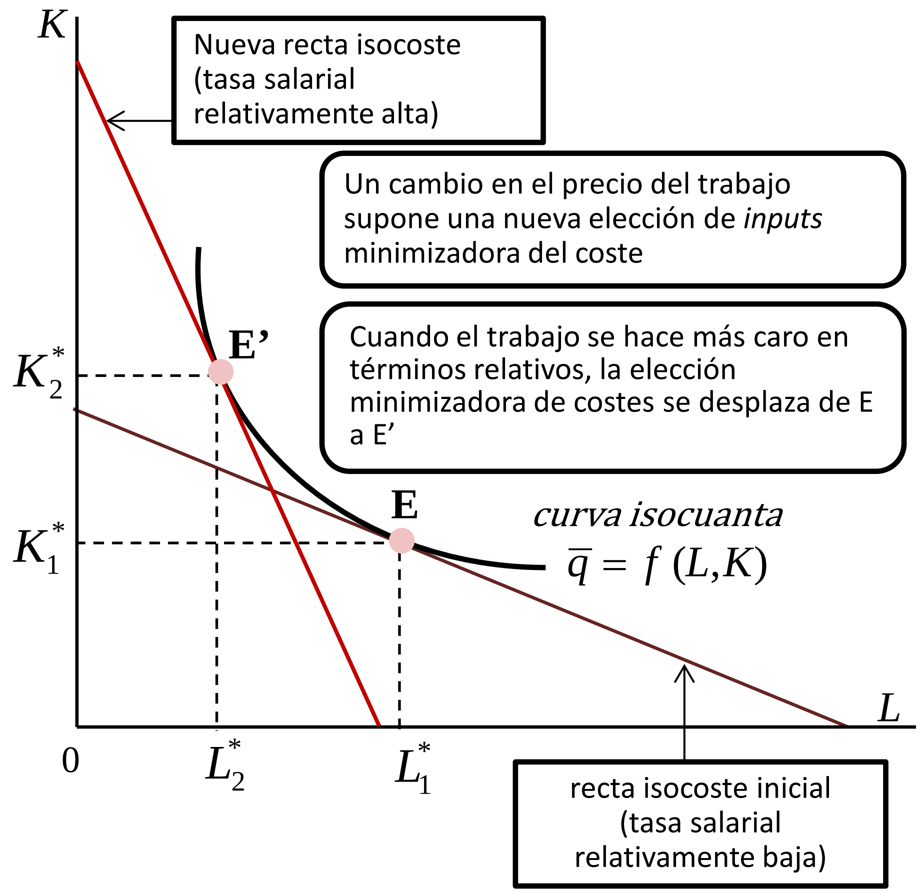
En el punto óptimo de combinación de factores E, la curva isocuanta es tangente a la recta isocoste. En E, pues, la RMST coincide con el cociente de precios de los factores:

$$-\frac{PMa_L}{PMa_K} = -\frac{w}{r}$$



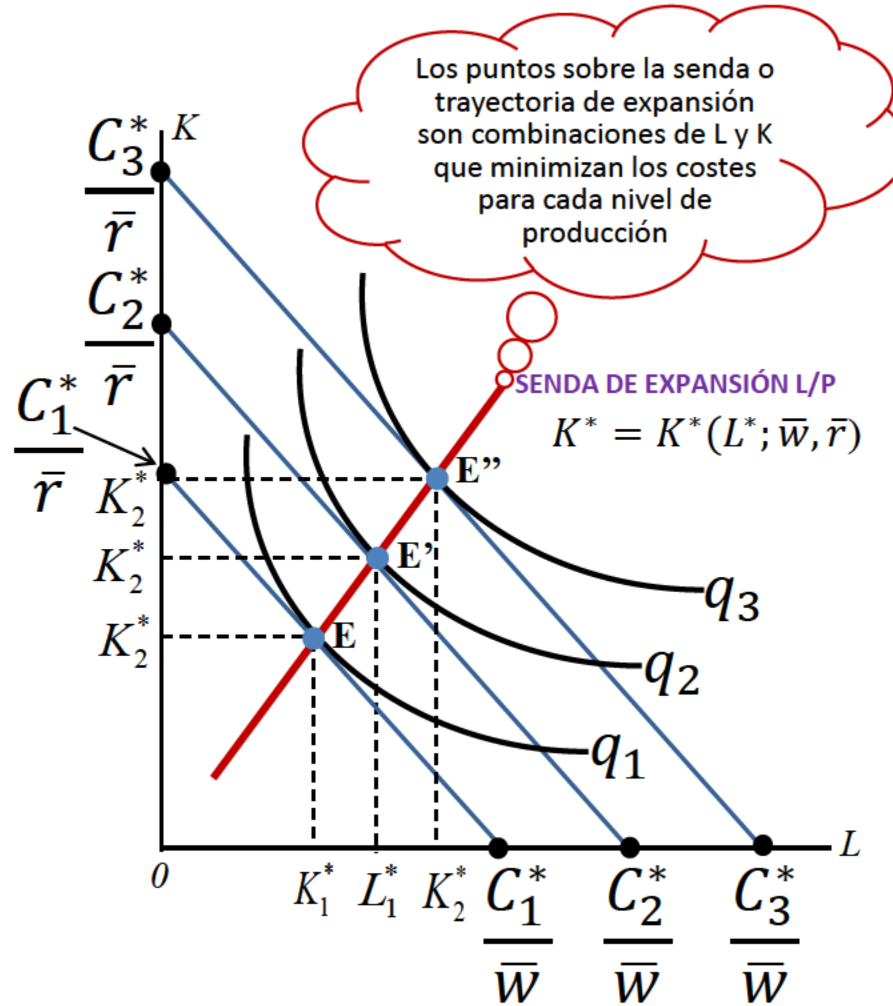
# Equilibrio de la producción de la empresa ante cambios del precio de los factores

- En el gráfico adjunto, la empresa cuyo objetivo es la maximización del beneficio sustituye el trabajo por capital cuando sube el salario, pero la producción, el precio del capital y la tecnología se mantienen constantes:
  - La empresa minimiza su nuevo coste sustituyendo el factor que ahora es relativamente más caro, el trabajo, por el factor que ahora es relativamente más barato, el capital.
  - La variación del salario no afecta a la eficiencia tecnológica, por lo que no afecta a la isocuanta del gráfico.
  - Debido al aumento del salario, la nueva recta isocoste tiene una pendiente más inclinada que la isocoste inicial.



# La senda de expansión de la producción en el largo plazo

- ¿Cómo cambiará la elección de factores si el objetivo de producción se modifica?
  - Parece intuitivamente razonable que para aumentar la producción habrá que utilizar mayores cantidades de factores.
  - Si los precios de los factores se mantienen constantes, el productor buscará la forma más barata de producir distintos posibles niveles de producción.
  - La senda de expansión muestra las combinaciones de L y K de menor coste que pueden utilizarse para obtener cada nivel de producción a largo plazo.
  - La forma concreta de la senda de expansión dependerá de la tecnología.



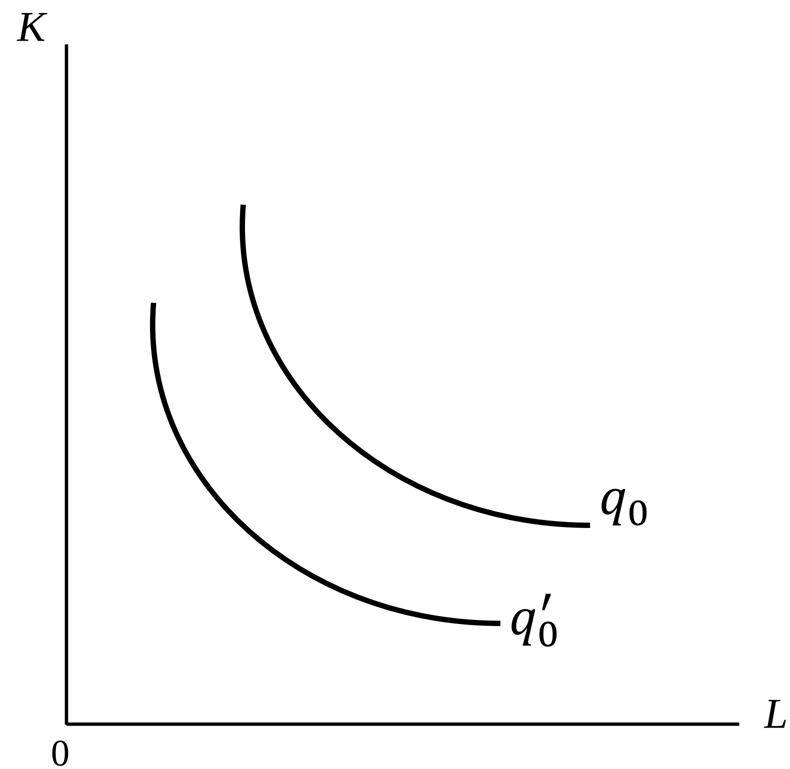
# EL ESTUDIO DEL “MUY LARGO PLAZO”

# Cambios en la tecnología

- Como hemos visto, una función de producción indica la cantidad máxima de *output* que una empresa puede producir con cada combinación específica de *inputs,* aplicados al estado de una tecnología dada.
- No obstante, una tecnología mejorada permite producir más con la misma cantidad de recursos.
- El progreso tecnológico (o progreso técnico) se define como nuevas y mejores formas de hacer las cosas, y nuevas técnicas para el uso de los recursos escasos de manera más productiva:
  - Por ejemplo, la productividad del trabajo (la producción por unidad de trabajo) puede aumentar si mejora la tecnología.

# La producción en el largo plazo: el efecto de la mejora tecnológica

- Cuando las empresas mejoran sus técnicas de producción, la función de producción cambia.
- Formalmente, una mejora tecnológica se concreta en un desplazamiento de la función de producción como vemos en el gráfico:
  - La isocuanta se desplaza hacia el origen.
  - Es decir, $q_0$ y $q_0'$ representan la misma producción, siendo $q_0'$ una técnica más avanzada (consigue la misma producción con menor cantidad de factores productivos).



# Medición de los avances tecnológicos

- La tecnología no se mantiene siempre constante y sufre modificaciones con el transcurso del tiempo, bien por variaciones del capital, bien por mejoras debidas a la investigación (I+D+i).
- Supongamos que partimos de una función de producción:

$$q = A(t)\, f(L, K)$$

- El término *A(t)* representa todas las influencias, aparte de *L* y *K*, que intervienen para determinar *q.*
- Los cambios de *A* a lo largo del tiempo representan los avances tecnológicos (o progreso técnico); por tanto *A* aparece como una función del tiempo:
  – Supuestamente: $\frac{dA}{dt} > 0$; es decir, niveles determinados de los factores trabajo y capital serán cada vez más productivos a lo largo del tiempo.

# Algunas formas de progreso técnico

## Progreso técnico neutral

$$q_1 = \delta f(L,K);\ \delta \geq 1$$

$$q_2 = \delta' f(L,K); \delta' > \delta$$

Output-Augmenting (Hicks-Neutral)

$$q_2 > q_1 \qquad \Delta q(\%) = \frac{q_2 - q_1}{q_1}\,100$$

La empresa puede producir más cantidad de producto ($\Delta q$) con los mismos factores productivos

Ejemplo con tecnologías Cobb-Douglas:

$$q = 3\,L^{0,5}K^{0,4} \rightarrow q = 4\,L^{0,5}K^{0,4}$$

$$\Delta q(\%) = \frac{4\,L^{0,5}K^{0,4} - 3\,L^{0,5}K^{0,4}}{3\,L^{0,5}K^{0,4}}\,100$$

$$= \frac{L^{0,5}K^{0,4}(4-3)}{3\,L^{0,5}K^{0,4}}\,100 = 33{,}33\%$$

## Progreso técnico no neutro

Nos encontramos ante innovaciones que alteran la proporción en la que se utilizan los factores productivos

Ejemplo con tecnologías Cobb-Douglas si w = 15 y r = 16 (y no cambian)

$$q = 3\,L^{0,5}K^{0,4} \rightarrow q = 3\,L^{0,5}K^{0,8}$$

$$-\frac{0{,}5}{0{,}4}\frac{K}{L} = -\frac{15}{16} \qquad -\frac{0{,}5}{0{,}8}\frac{K}{L} = -\frac{15}{16}$$

$$1{,}25\frac{K}{L} = \frac{15}{16} \qquad 0{,}625\frac{K}{L} = \frac{15}{16}$$

$$\boldsymbol{\frac{K}{L} = 0{,}75}\ (=\frac{3}{4}) \qquad \boldsymbol{\frac{K}{L} = 1{,}5}\ (=\frac{3}{2})$$

progreso técnico ahorrador de trabajo

El progreso técnico permite lograr un nivel de producción dado utilizando menos recursos

# Capítulo 3. La teoría de la producción