Capítulo 1. La teoría de la conducta del consumidor

INTRODUCCIÓN

Modelo económico estándar de elección racional

- La hipótesis central de la teoría del consumidor es que el consumidor hace frente a un problema de optimización:
  - Elige la combinación de bienes que prefiere de entre todas las que puede comprar dada su renta y los precios de los bienes.
- El problema en la toma de decisiones surge del conflicto entre posibilidades y deseos.

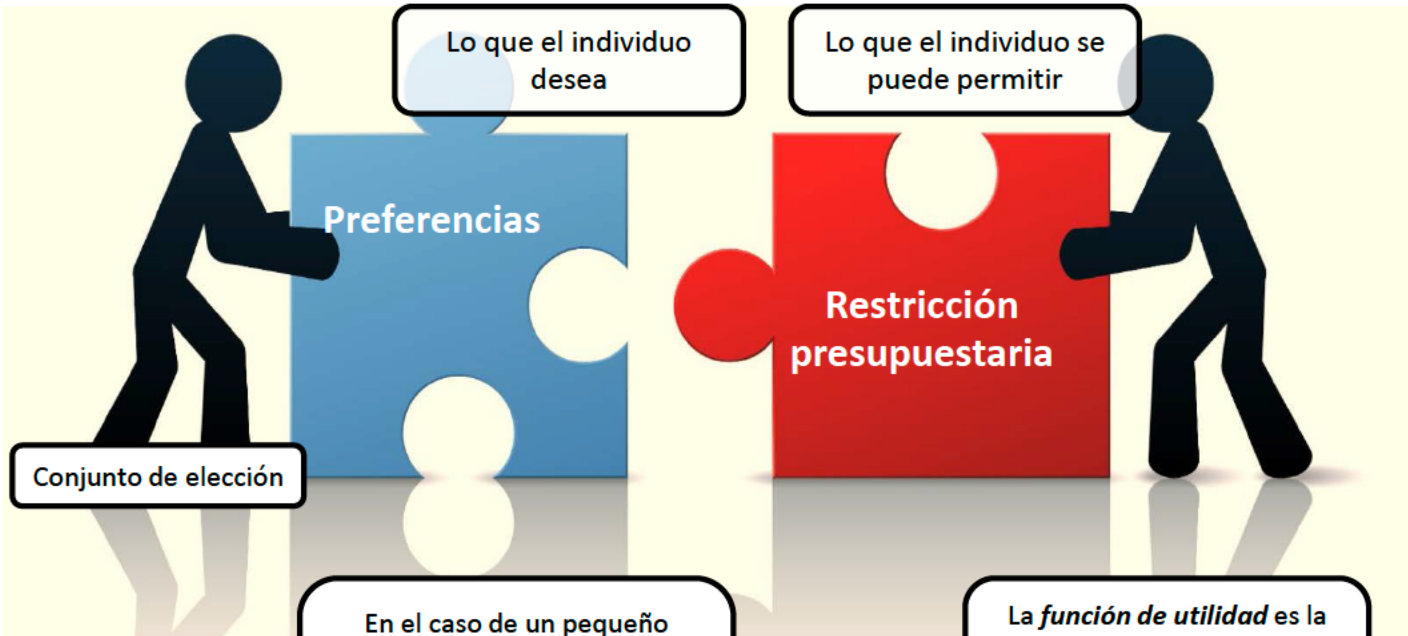
Conflicto entre posibilidades y deseos

- Hay cosas que a uno le gustaría tener, pero no puede pagar.
- También hay cosas que uno sí podría pagar pero no interesan.

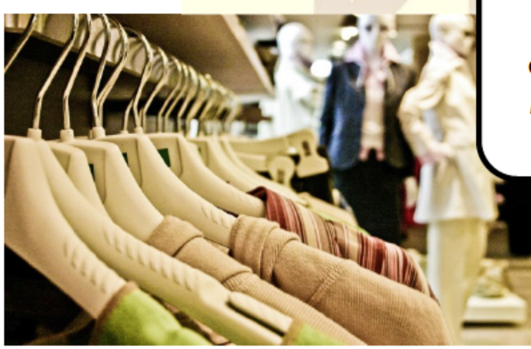
Equilibrio del consumidor

Lo que el individuo desea

Lo que el individuo se puede permitir



Conjunto de elección



En el caso de un pequeño número de alternativas, describimos ***una relación de preferencias*** como una lista ordenada de mejor a peor.

La ***función de utilidad*** es la representación matemática de la relación de preferencias del consumidor.

¿Cómo adoptan los consumidores sus decisiones?

- Preferencias o gusto por un bien:
  – Dependen de la utilidad del mismo.
  – Utilidad: capacidad de un bien de satisfacer una necesidad, es decir, el beneficio o satisfacción que una persona obtiene del consumo de un bien.
- Restricción presupuestaria:
  – Muestra las combinaciones máximas de bienes que el consumidor puede comprar dados los precios de los bienes y su renta.

PREFERENCIAS Y UTILIDAD

Introducción

- La teoría económica de la elección comienza describiendo las preferencias de las personas:
  - Esto, simplemente, equivale a una catalogación completa de cómo una persona se siente acerca de todas las cosas que él o ella podría hacer.
- Nuestro modelo de elección debe describir también cómo esas limitaciones afectan a la forma en que las personas, en realidad, son capaces de tomar decisiones en función de sus preferencias.

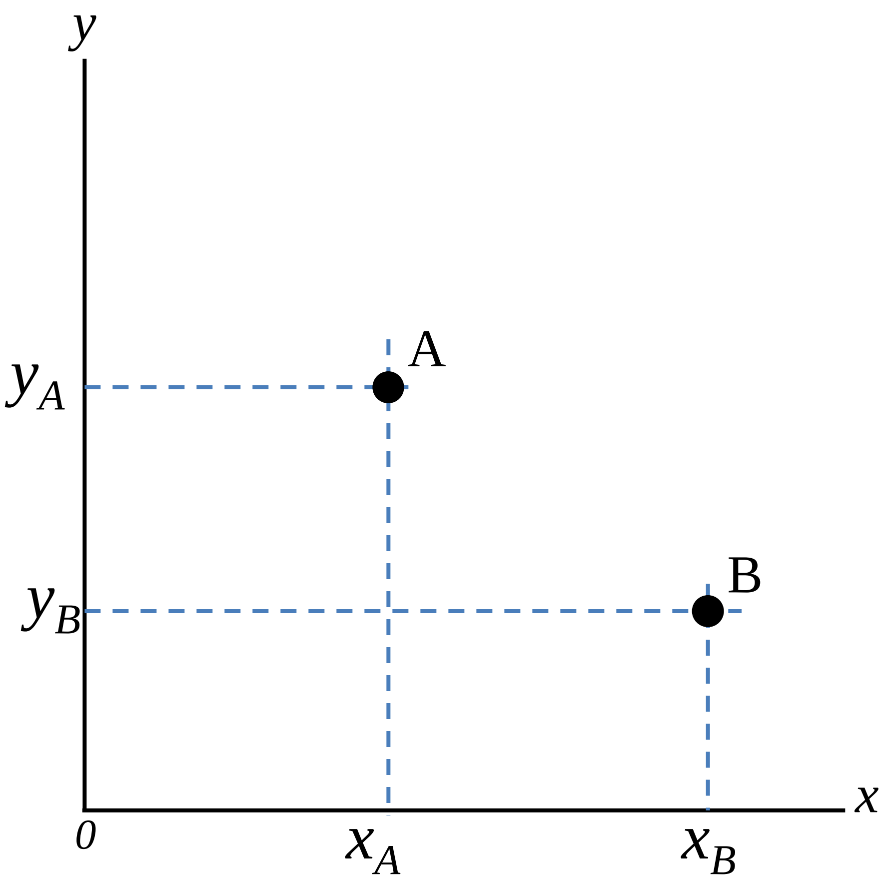
Preferencias del consumidor

- ¿Cómo podemos describir las preferencias del consumidor de una manera coherente?
- Una buena manera de comenzar es pensar en las preferencias como un acto de comparación de cestas o combinaciones de consumo.
- Una cesta de bienes (cesta de consumo o de mercado) es una lista que especifica las cantidades de uno o más bienes.

Preferencias del consumidor

- Para desarrollar la teoría de la elección, vamos a suponer que solo hay dos bienes de consumo: bien X; bien Y.
- De esa manera, podemos representar las opciones del consumidor en un gráfico bidimensional.
- Cada combinación de consumo (o cada cesta) contiene x unidades del bien X e y unidades del bien Y: (x, y).

El espacio de consumo



- La figura muestra dos posibles cestas de consumo: A y B.
- La cesta A contiene:
  - x_A unidades del bien X
  - y_A unidades del bien Y
- La cesta B contiene:
  - x_B unidades del bien X
  - y_B unidades del bien Y
- Si consideramos solamente dos bienes económicos, X e Y, cada cesta de consumo contiene x unidades del bien X e y unidades del bien Y.

Eligiendo entre cestas de consumo

Cestas de consumo	Café (n.º tazas/mes) 	Zumo (n.º vasos/mes) 
A	15	10
B	30	20
C	20	20
D	10	25

- Pidiéndole al consumidor que compare esas diferentes cestas, podemos describir sus preferencias para el café y el zumo de naranja en sus desayunos.
- Lo que se pretende es buscar una forma de poner un número a cada cesta, de manera que si una cesta es mejor que otra le corresponda un número mayor; el instrumento que lo permite es la llamada función de utilidad.

La función de utilidad

- Si la función de utilidad de María en el consumo de X e Y fuese:

  $$U(x, y) = x + 2y$$

  – La función de utilidad U asigna un número real a cada cesta de bienes.
- La cesta A, formada por 15 unidades del bien X y 10 unidades del bien Y, generaría una utilidad de 35:

  U(15,10) = 35; U(A) = 35
- La cesta C, formada por 20 unidades de cada uno de los bienes, aportaría una utilidad mayor, en concreto 60:

  U(20,20) = 60; U(C) = 60

- La función U representa a las preferencias del consumidor si, y solo si, a cada cesta de bienes le asigna un número de manera que:

  $$C \succ A \Leftrightarrow U(C) > U(A)$$

  $$C \sim D \Leftrightarrow U(C) = U(D)$$

Axiomas de elección

- Se supone que las preferencias de los individuos están representadas por una función de utilidad U de la forma: U = U(x,y).
  - Donde x e y son las cantidades de cada uno de los dos bienes X e Y que puede consumir en un periodo.
- Una relación de preferencias puede ser representada mediante una función de utilidad si, y solo si, es una relación completa, reflexiva, transitiva y continua.

AXIOMA 1. Las preferencias son completas

- Para cualquier par de cestas de consumo A y B, un consumidor puede hacer una de las tres siguientes comparaciones:
  - A es preferida a B (denotado por $A^P B$ o $A \succ B$)
  - B es preferida a A (denotado por $B^P A$ o $B \succ A$)
  - A es indiferente a B (denotado por $A^I B$ o $A \sim B$)

AXIOMA 2. Las preferencias son reflexivas

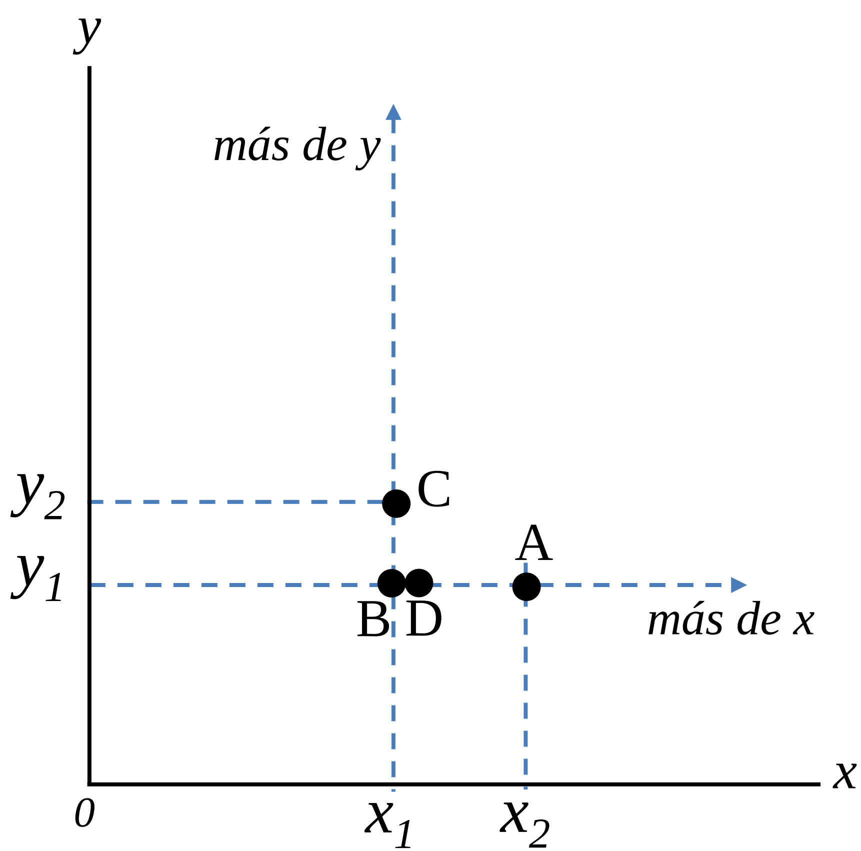
- Todo elemento del conjunto de elección es comparable a sí mismo.
- Si al consumidor se le presentan dos idénticas cestas de consumo: A = B, entonces A es indiferente a B.
- Esto simplemente significa que si A y B son la misma cesta de consumo, el consumidor debe hacer un ranking idéntico.

AXIOMA 3. Las preferencias son transitivas

- Además de esperar que los individuos puedan formular sus preferencias clara y completamente, podríamos también esperar que las preferencias no sean contradictorias en sí mismas (deseamos descartar incoherencias en nuestro análisis).
- En otras palabras, suponemos que las preferencias son transitivas:
  - Propiedad por la cual si A es preferible a B, y B es preferible a C, A es preferible a C:

$$A^P B \text{ y } B^P C \Rightarrow A^P C$$

AXIOMA 4. Las preferencias son continuas



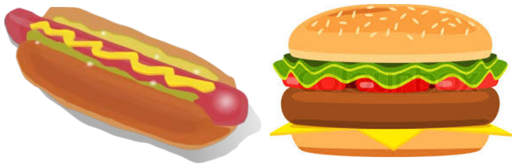
- $Si\ \ A^P B\ \ y\ \ C \rightarrow B \Rightarrow A^P C$
  - El consumidor puede apreciar pequeñas diferencias de un conjunto a otro (B es el límite de C).
- En el gráfico adjunto se muestran preferencias lexicográficas:
  - Una regla lexicográfica es aquella en la cual los individuos tienen un orden de preferencias definido de forma análoga a como se ordenan las palabras, por letras, en un diccionario:
    - $A \succ B$ y $C \succ B$
  - Sin embargo, el orden de preferencias lexicográficas no es continuo:
    - Para satisfacer la continuidad, C debería también ser preferida a D.
    - Pero la ordenación de cestas de consumo que haría el consumidor si fuese lexicográfico estricto: $D \succ C$.

De las preferencias a la utilidad

- Si se cumplen los axiomas 1 al 4, las preferencias se pueden representar mediante una función de utilidad:
  - Una relación de preferencias que es completa, reflexiva, transitiva y continua puede ser representada por una función de utilidad continua.
- Por ejemplo, la función de utilidad de José en el consumo de los bienes X (perrito caliente) e Y (hamburguesa) es:

$$U = U(x, y) = x^{0,5}\, y^{0,5}$$

  - U es una función que describe o representa sus preferencias.
  - La función de utilidad U asigna un número real a cada combinación o cesta de bienes.



¿Cómo medimos la utilidad? Dos enfoques de la utilidad

$$\boxed{U = U(x, y) = x^{0,5}\, y^{0,5}}$$

Combinaciones de dos bienes, X e Y	Unidades del bien X, x	Unidades del bien Y, y	Número real asignado por la función de utilidad	Valor cardinal de la utilidad, en útiles por periodo	Ranking de la utilidad ordinal
A	1	1	1	1 útil	I (la peor)
B	2	2	2	2 útiles	II
C	4	9	6	6 útiles	III
D	16	25	20	20 útiles	IV (la mejor)

1. Enfoque cardinal: marginalistas

   La utilidad es medible y comparable cardinalmente: la utilidad transmite información cuantitativa.

2. Enfoque ordinal moderno: Hicks

   La utilidad es medible pero comparable ordinalmente: la utilidad solo transmite información cualitativa.


Bentham


Marshall

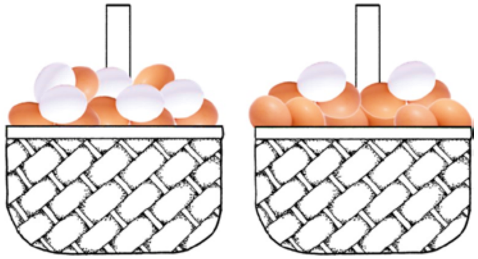

Hicks

Función de utilidad cardinal versus función de utilidad ordinal

- FUNCIÓN DE UTILIDAD CARDINAL
  - De acuerdo con este enfoque, **U** es un número cardinal (da los “útiles” de una cesta de consumo).
  - U: cesta de consumo → R medido en “útiles”.

- FUNCIÓN DE UTILIDAD ORDINAL
  - **U** proporciona un “ranking” u orden de preferencias sobre distintas combinaciones o cestas:

$$U:(A,B) \rightarrow \begin{cases} A^P B \\ B^P A \\ A^I B \end{cases}$$



EL CARÁCTER CARDINAL DE LA FUNCIÓN DE UTILIDAD

Teoría de la utilidad cardinal

- La utilidad es la cantidad de satisfacción (placer o felicidad) que reporta el consumo de un bien.
- Para la teoría de la utilidad cardinal, los consumidores son capaces de medir la utilidad que le reportan los distintos bienes que consumen:
  - La utilidad es medible y comparable cardinalmente: la utilidad transmite información cuantitativa.
  - Un útil es una unidad arbitraria de medición de la utilidad.

Cuantificando la satisfacción

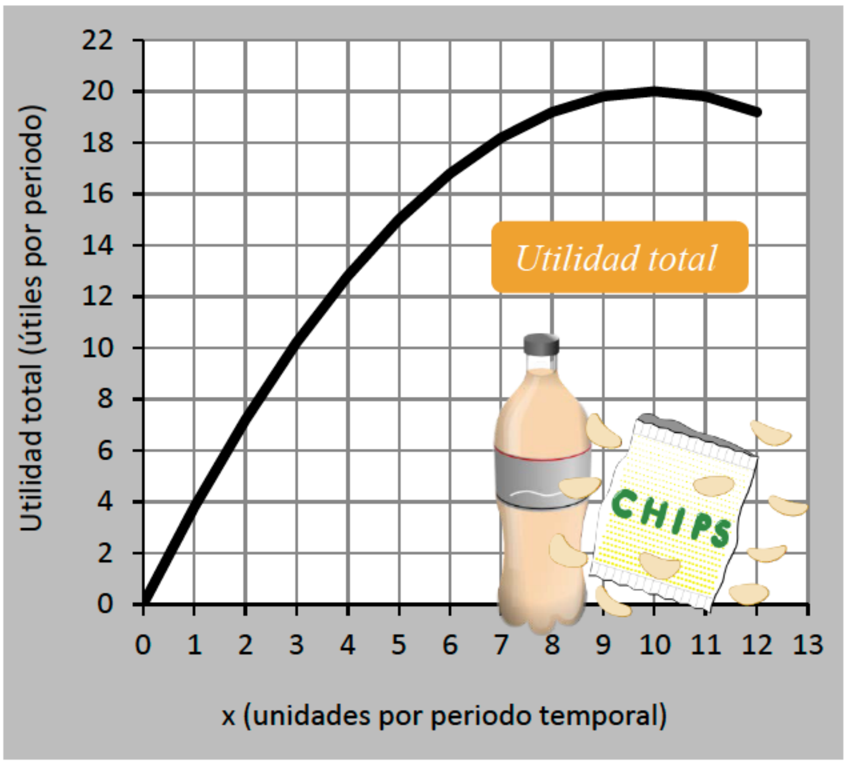
- Esto significa que las personas pueden hacer comparaciones de utilidad del tipo:
  - Un helado de chocolate me proporciona 4 veces más utilidad que un helado de fresa (8 útiles frente a 2 útiles).
  - Asistir a una clase de Economía me proporciona 5 veces más utilidad que asistir a una clase de Derecho.
  - Una taza de café me proporciona el doble de utilidad que una taza de té (10 útiles frente a 5 útiles).

Maximizando la utilidad

- Los economistas asumimos que, en su toma de decisiones de consumo, los individuos buscan la maximización de la utilidad.
- En el desarrollo de la teoría de la utilidad cardinal nosotros vamos a considerar solamente dos bienes: X e Y (té & pastas; cerveza & perritos calientes; etc.).
  - Entonces, la función de utilidad total puede expresarse como U=$U(x, y)$.
  - donde x cuantifica las unidades compradas del bien X, e y representa o cuantifica las unidades compradas del bien Y.

Función de utilidad total para el bien X reflejando saciedad (o saturación)

$U = U(x;\ \bar{y})$ $\quad$ $U = U(x; 1)$



- Vamos a considerar el caso de dos bienes: X (refresco); Y (patatas fritas).
- Supongamos que el individuo tiene la siguiente función de utilidad:

$$U(x, y) = 4xy - 0{,}2x^2y$$

- Estamos interesados en la utilidad total (medida en útiles) resultante del consumo de unidades adicionales de X cuando el consumo de Y es constante (por ejemplo, una bolsa de patatas).

El concepto de utilidad marginal

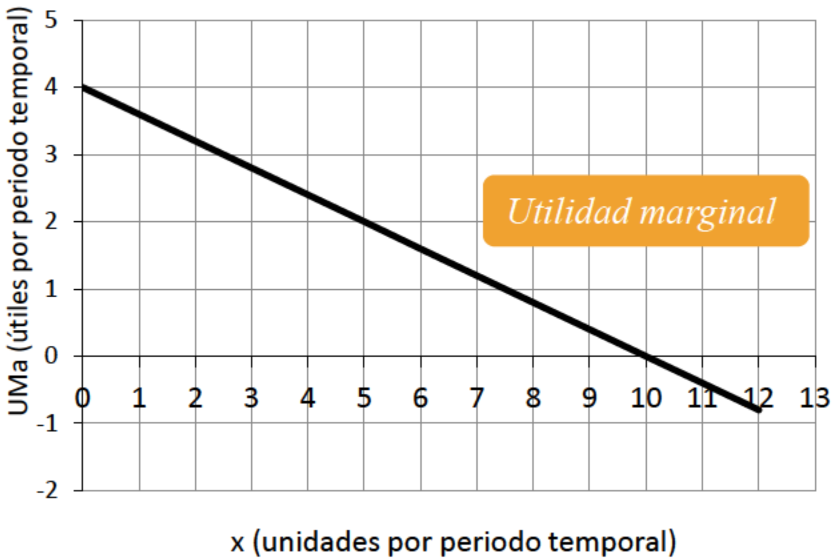
- En nuestro análisis debemos distinguir entre la utilidad total del consumidor, que es la satisfacción completa resultante del consumo, y la utilidad marginal, que es el cambio o variación en la utilidad total resultante del consumo de una unidad más del bien:
  - Por ejemplo, la utilidad total ***U*** obtenida del consumo de 4 botellines es la satisfacción global que proporcionan esos refrescos (con una bolsa de patatas).
  - La utilidad marginal ***UMa*** del cuarto refresco es la satisfacción adicional que proporciona el consumo de esa cuarta unidad.
- La utilidad marginal es el cambio en la utilidad total resultante de un cambio en el consumo del bien, manteniendo constante el consumo de los otros bienes:

$$UMa_x = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

- Si los cambios en el consumo son infinitesimalmente pequeños, entonces:

$$UMa_x = \frac{\partial U}{\partial x}$$

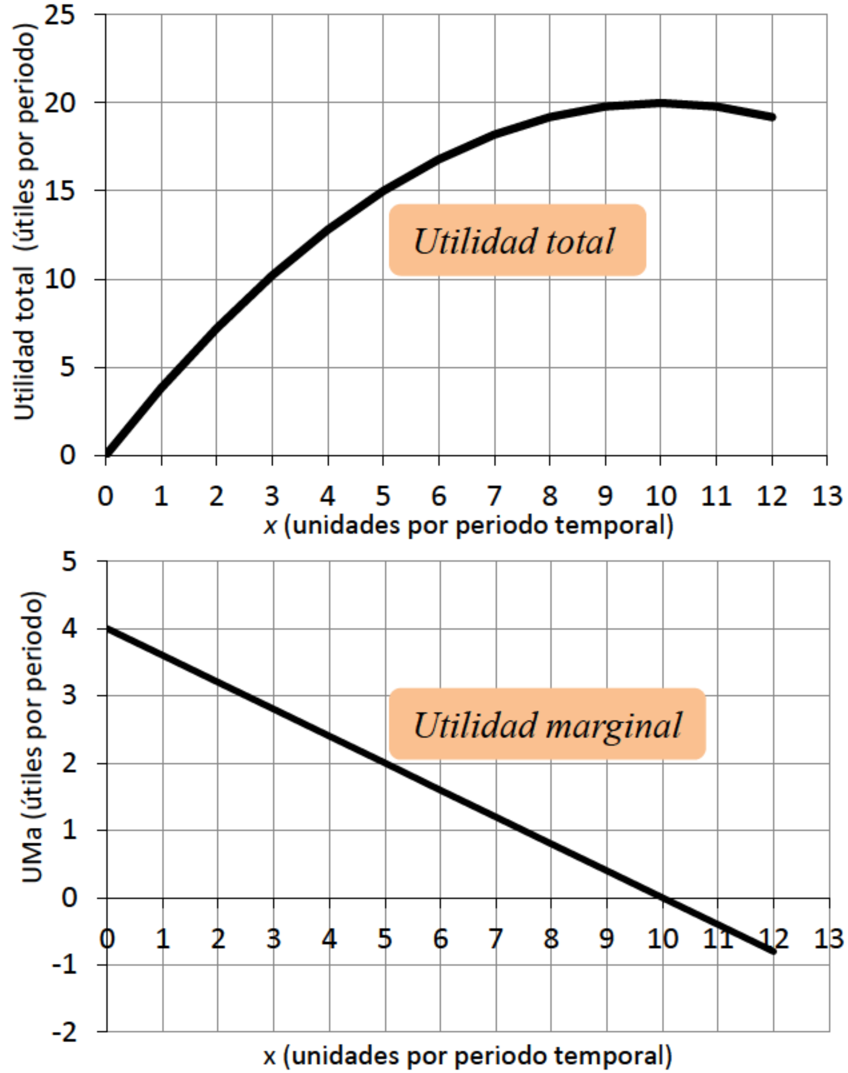
La función de utilidad marginal



- $U(x, y) = 4xy - 0{,}2x^2y$
- $UMa_x = \frac{\partial U}{\partial x}$
- $UMa_x = 4y - 0{,}4yx$
- Si x = 3 unidades (con y = 1 unidad), podemos evaluar la utilidad marginal para esta cesta o combinación de consumo como:
- $UMa_x = 4y - 0{,}4xy = 4(1) -$
$- 0{,}4(1)(3) = 2{,}8\ útiles$

Utilidad total y utilidad marginal

- **La utilidad total aumenta cuando aumenta el consumo del bien; sin embargo, la utilidad marginal disminuye:**
  - En el gráfico se observa que el consumidor obtiene cada vez mayor satisfacción o utilidad siempre que bebe mayor cantidad de refresco (hasta llegar a un máximo conocido como punto de saturación).
  - Pero la utilidad obtenida de cada unidad adicional, esto es, la utilidad marginal, disminuye conforme aumenta el consumo (llega a ser negativa para cantidades que van más allá del punto de saturación).



En términos de cálculo

- Consideremos una función de utilidad total continua y de una sola variable:

$$U = f(x)$$

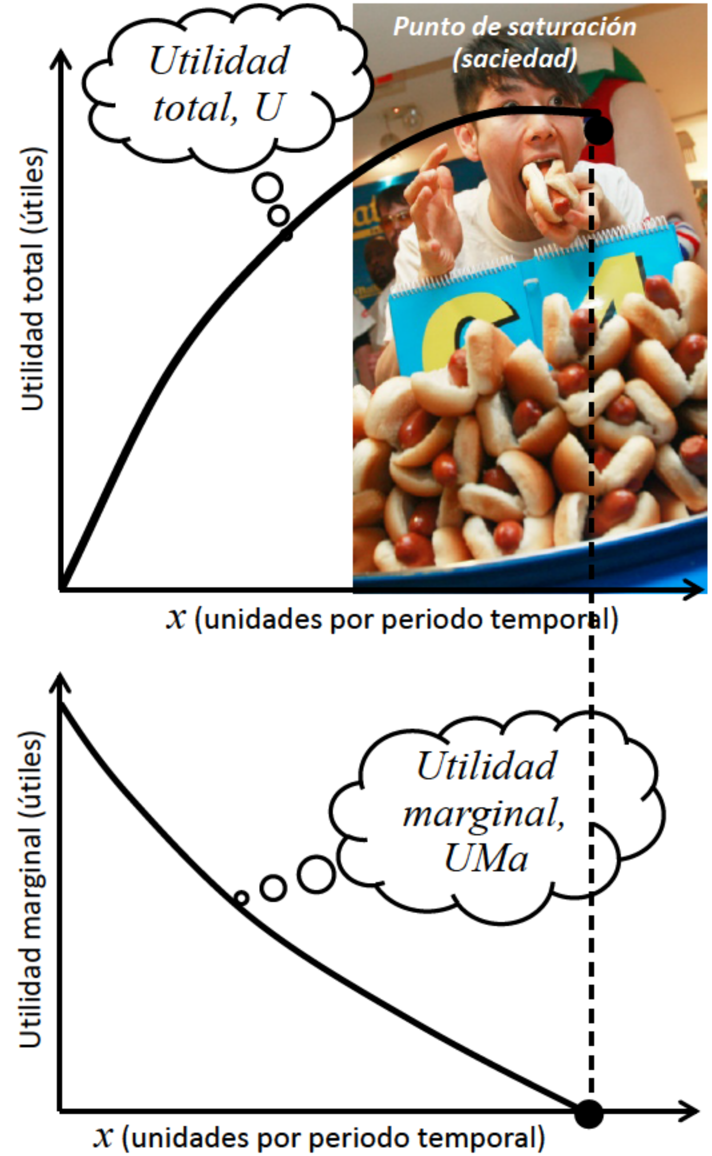
- La función de utilidad total U es positiva y cóncava con respecto al origen de coordenadas.
- La pendiente de la curva de utilidad total coincide con la utilidad marginal:

$$UMa = \frac{\Delta U}{\Delta x}; si\ \Delta \rightarrow 0\ \Rightarrow UMa = \frac{dU}{dx}$$

- La función U es creciente hasta un valor máximo llamado punto de saturación:
  - Condición de máximo:

$$\frac{dU}{dx} = 0; \quad \frac{d^2U}{dx^2} < 0$$

  - Cuando la utilidad total es máxima, la utilidad marginal es nula.



¿Cómo toma el consumidor sus decisiones de consumo en el caso de dos bienes?

- Asumimos, por simplicidad, que hay un único periodo temporal.
- El consumidor es incapaz de influir en los precios de los bienes (agente precio-aceptante):
  - $p_x = precio\ del\ bien\ X$
  - $p_y = precio\ del\ bien\ Y$
- El consumidor dispone de una renta monetaria dada, M, pero no puede pedir prestado más dinero:
  - $M = renta\ del\ consumidor$
- Dados los precios, la renta y los gustos individuales, el objetivo del consumidor es maximizar su utilidad:

$$max. U = U(x, y)$$

La teoría de la utilidad cardinal

	Cerveza, X		Tinto, Y	
Unidades	**Utilidad total**	**Utilidad marginal**	**Utilidad total**	**Utilidad marginal**
0	0		0	
1	10	10	8	8
2	18	8	14	6
3	24	6	18	4
4	28	4	20	2

- Renta: $M = 5€$
- $p_x = p_y = 1€$
- *Función de utilidad:*

  $$U = U(x, y)$$

- ¿Cuándo maximiza su utilidad el consumidor?
  - Cuando haya asignado toda su renta de modo que la utilidad obtenida del último euro sea la misma para cada bien.

El equilibrio del consumidor individual en la teoría de la utilidad cardinal

- La maximización de la utilidad total exige que el consumidor asigne el gasto de manera que las utilidades marginales obtenidas del último euro gastado en cada bien sean iguales:

$$\frac{UMa_x}{p_x} = \frac{UMa_y}{p_y}$$

$$\frac{UMa_x}{UMa_y} = \frac{p_x}{p_y} \qquad \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{p_x}{p_y}$$

Ley de la igualdad de las utilidades marginales ponderadas

- Cada bien se demanda hasta que la UMa de la última unidad monetaria gastada en él es exactamente igual a la UMa de la última unidad monetaria gastada en cualquier otro (LIUMP):

$$\frac{UMa_x}{p_x} = \frac{UMa_y}{p_y} = \cdots = \frac{UMa_z}{p_z}$$

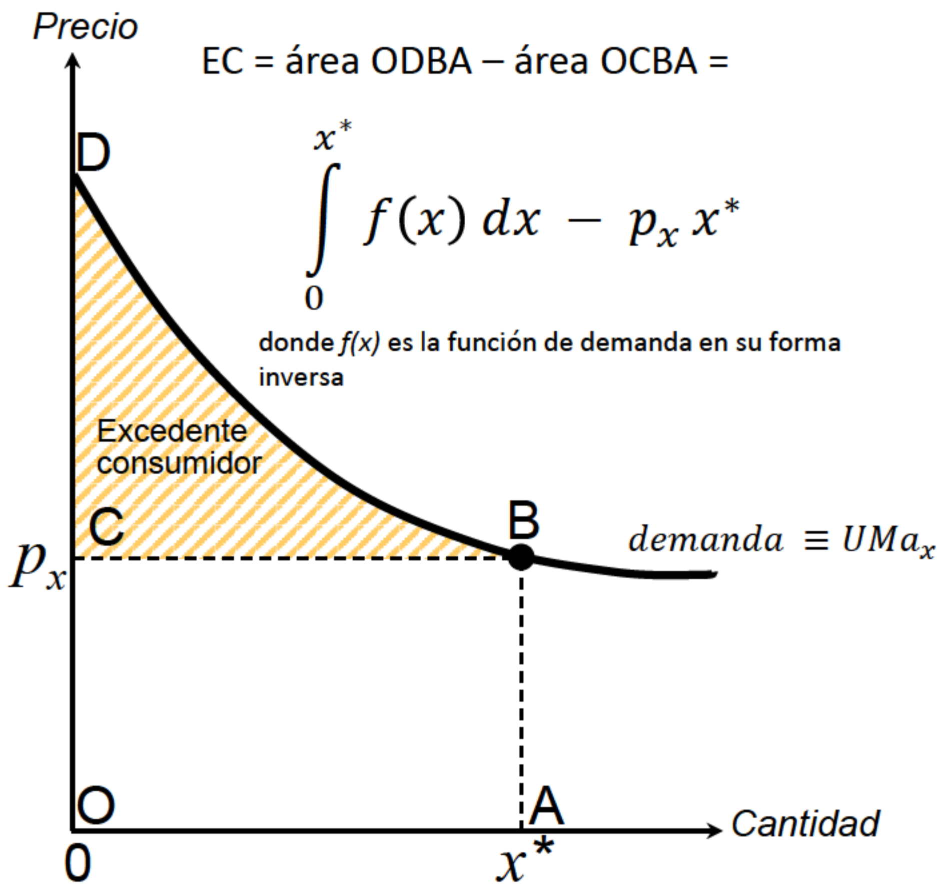
- La utilidad total es máxima cuando toda la renta del consumidor se ha gastado y cuando la utilidad marginal por unidad monetaria gastada es igual para todos los bienes.

Utilidad marginal y excedente del consumidor

EC = área ODBA – área OCBA =

$$\int_{0}^{x^*} f(x)\,dx \;-\; p_x\, x^*$$

donde *f(x)* es la función de demanda en su forma inversa



- ¿Qué cantidad comprar de un bien?
  - El consumidor racional debería incrementar la compra de un bien hasta que el valor que le otorga a la última unidad comprada coincida con el precio de mercado:

    $$UMa_x = p_x$$

  - El excedente del consumidor se define como la diferencia entre lo que un consumidor estaría dispuesto a pagar por un bien (la utilidad total) y lo que realmente paga (el gasto total).

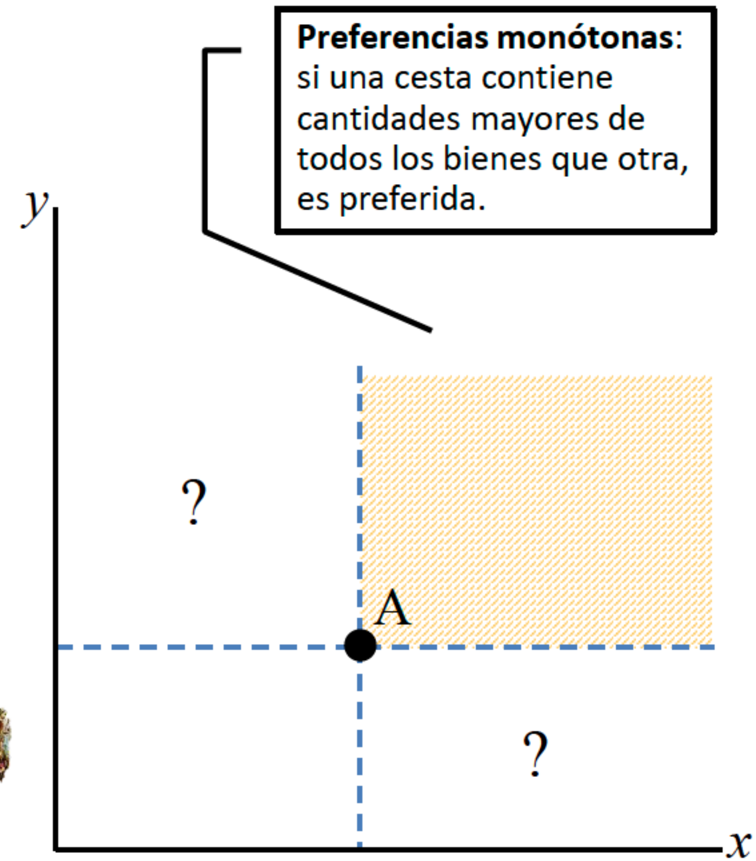
EL CARÁCTER ORDINAL DE LA FUNCIÓN DE UTILIDAD

Introducción

- En la teoría de la utilidad ordinal partimos de funciones de utilidad que permiten ordenar las cestas de consumo de la más a la menos preferida, pero no podemos saber cuánto se prefiere una cesta a otra.
  - Este enfoque no requiere medir la utilidad; solo exige que los individuos sean capaces de ordenar varias combinaciones de bienes según las preferencias.
- En definitiva, la utilidad es un concepto ordinal (se refiere a un *ranking*) y no cardinal (no conlleva información sobre la intensidad de las preferencias).
- Para el desarrollo adecuado de este segundo enfoque debemos añadir dos axiomas adicionales.

AXIOMA 5. Las preferencias exhiben monotonicidad o no saciabilidad

- Cuanto más mejor:
  - Los consumidores siempre prefieren una cantidad mayor de cualquier bien a una menor.
  - El supuesto de no saciedad ("cuanto más mejor") es satisfecho si ambas utilidades marginales son siempre positivas.



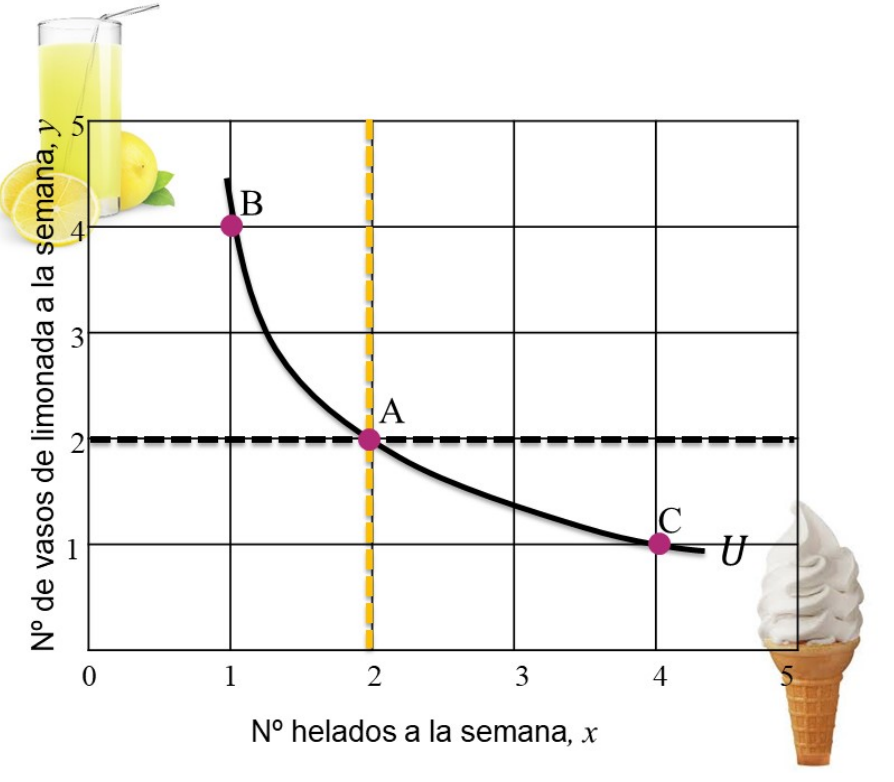
Curvas de indiferencia (o curvas isoutilidad)

- Una curva de indiferencia es el lugar geométrico de todas las cestas de bienes que proporcionan la misma utilidad a un consumidor:

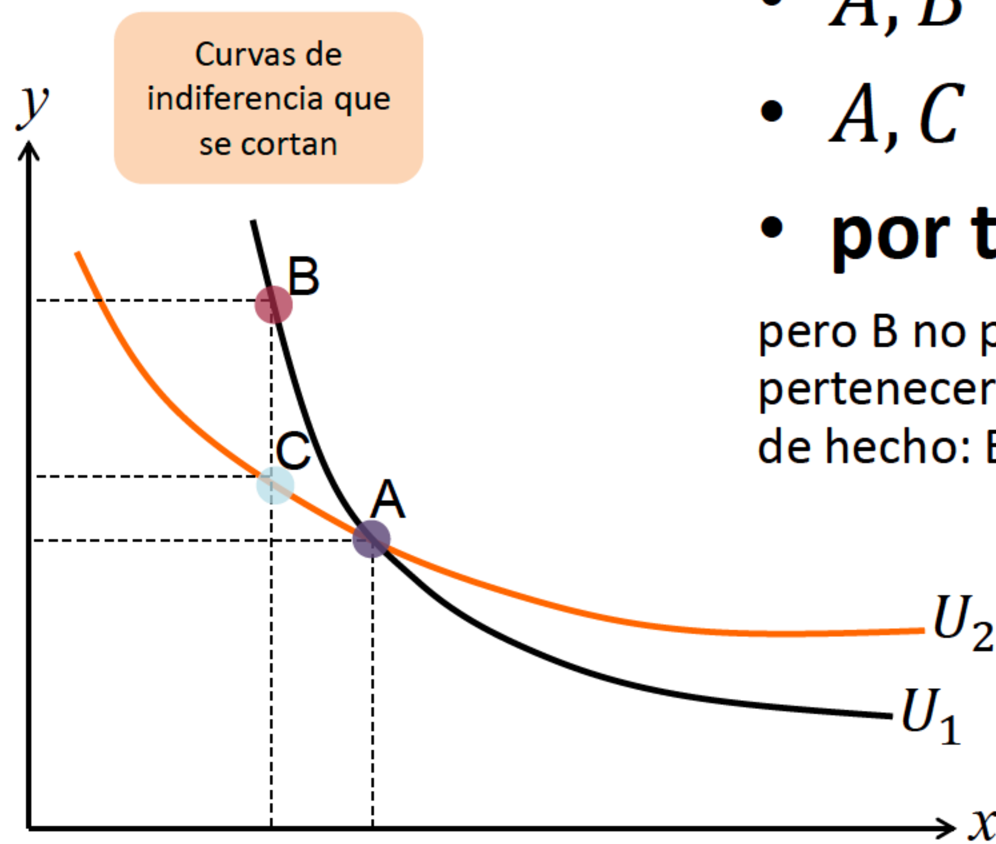
$$U(x, y) = x \cdot y$$

- Todas las cestas situadas en una misma curva de indiferencia tienen el mismo nivel de utilidad $\overline{U} = 4$:

$$(1,4) \sim (2,\ 2) \sim (4,\ 1)$$



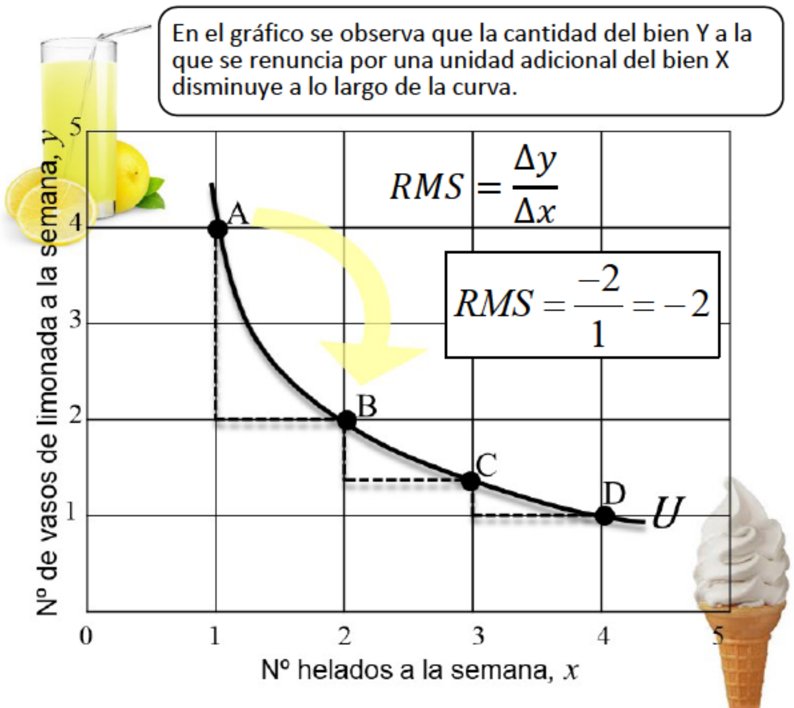
Las curvas de indiferencia no pueden cortarse



- $A, B \in U_1 \Rightarrow$ **A ~ B**
- $A, C \in U_2 \Rightarrow$ **A ~ C**
- **por transitividad: B ~ C**

pero B no puede ser indiferente con C por pertenecer a distintas curvas de indiferencia; de hecho: B ≻ C.

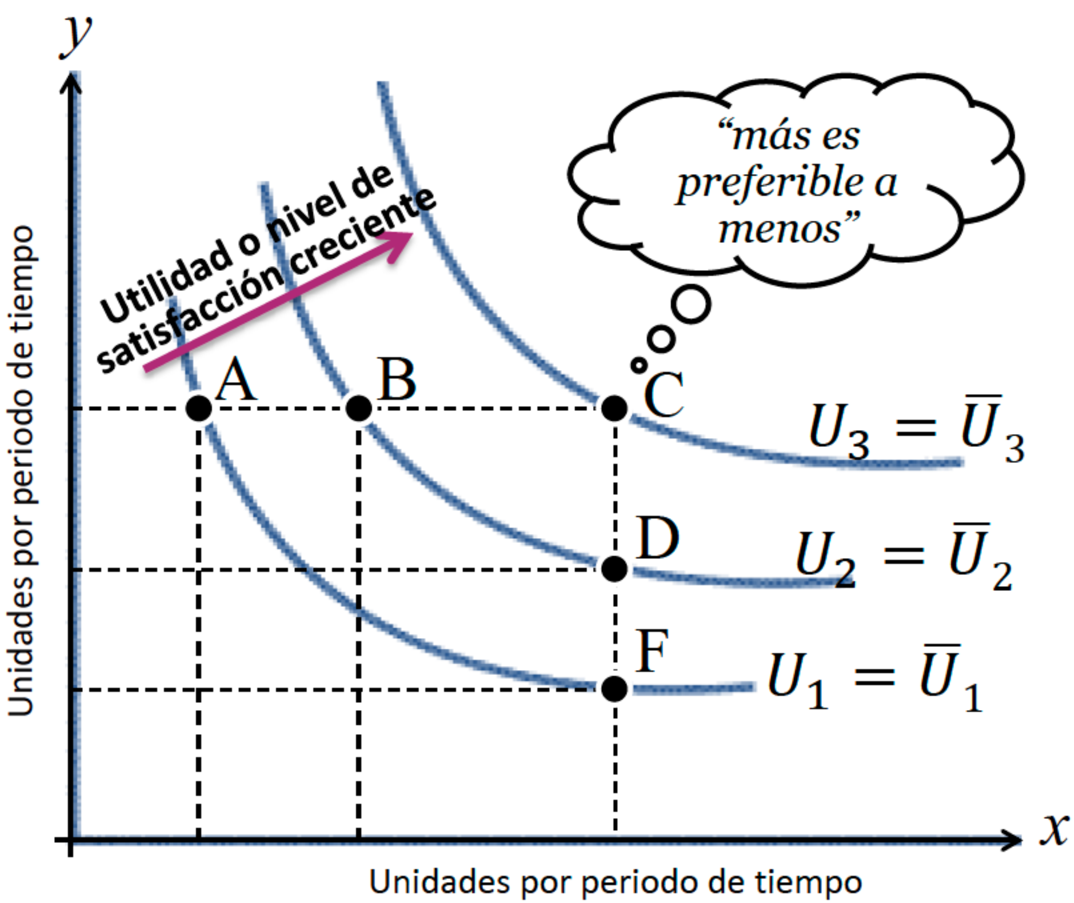
AXIOMA 6. Las curvas de indiferencia exhiben tasas marginales de sustitución decrecientes (convexidad estricta)



$$RMS = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta U} \cdot \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{\frac{\Delta U}{\Delta x}}{\frac{\Delta U}{\Delta y}} = \frac{UMa_x}{UMa_y}$$

- Las curvas de indiferencia son convexas porque, a medida que se consume una mayor cantidad de un bien X, es de esperar que el consumidor prefiera renunciar a una cantidad cada vez menor de otro bien Y para obtener unidades adicionales del primero.
- La **relación marginal de sustitución** (RMS) cuantifica la cantidad de un bien a la que un consumidor está dispuesto a renunciar para obtener más de otro, manteniendo el nivel de utilidad constante.
- Si la curva de indiferencia es estrictamente convexa, la relación marginal de sustitución es decreciente (tomando la RMS en valores absolutos):
  - La relación marginal de sustitución es la pendiente de la curva de indiferencia y coincide con el cociente de utilidades marginales.

Mapa de curvas de indiferencia



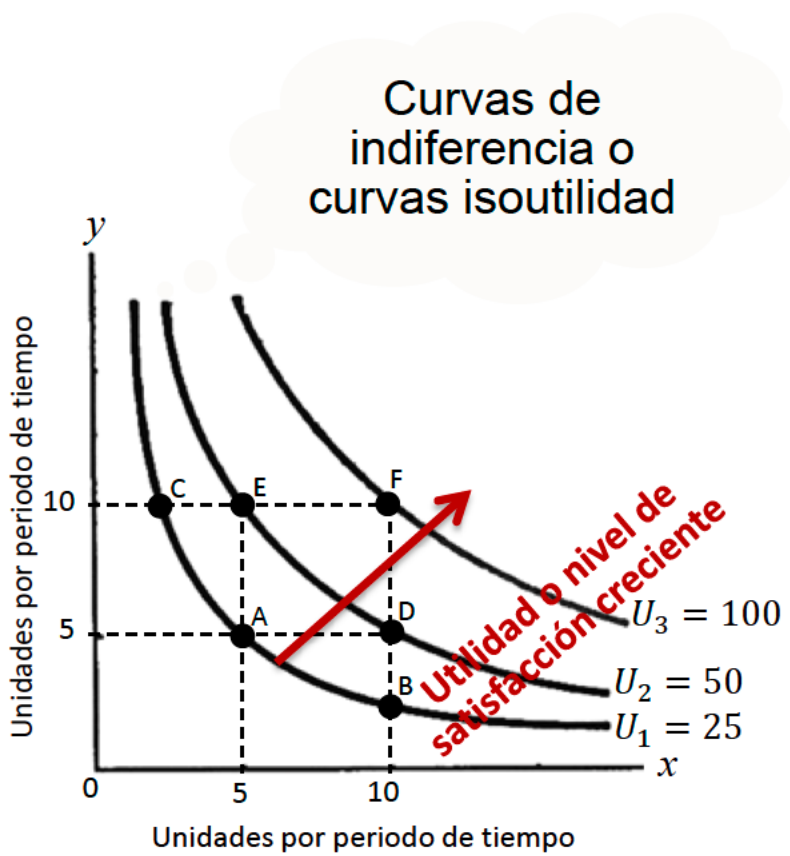
- Un mapa de curvas de indiferencia es un conjunto de curvas de indiferencia que muestran distintos niveles de utilidad que proporcionan diferentes cestas de bienes.
- El consumidor desea maximizar su utilidad; desea alcanzar, pues, la curva de indiferencia más alta posible:

$$\bar{U}_3 > \bar{U}_2 > \bar{U}_1$$

$$C \succ B \succ A$$

$$C \succ D \succ F$$

Funciones de utilidad y curvas de indiferencia



- Una función de utilidad puede representarse por medio de un conjunto de curvas de indiferencia, cada una de las cuales lleva un indicador numérico.
- La figura muestra tres curvas de indiferencia cuyos niveles de utilidad son 25, 50 y 100, respectivamente, relacionadas con la función de utilidad:

$$U(x, y) = x \cdot y$$

- Pero el hecho de que, por ejemplo, U_3 tenga un nivel de utilidad de 100 y U_2 tenga un nivel de 50, no significa que las cestas de consumo de U_3 generen el doble de satisfacción que las de U_2:
  - Solo sabemos que U_3 es mejor que U_2, y que U_2 es mejor que U_1.

Preferencias Cobb-Douglas

- La función $U(x,y) = x\ y$, es una función de utilidad del tipo Cobb-Douglas, cuya expresión general sería:

$$U(x,y) = A\ x^{\alpha}\ y^{\beta}$$

    - donde $A, \alpha, \beta > 0$ (constantes positivas)

  – Y las preferencias que representa se denominan **preferencias regulares.**
  – Esto significa que las preferencias del consumidor, además de cumplir los axiomas habituales de completitud, reflexividad, transitividad, continuidad y no saciedad o monotonía, son estrictamente convexas respecto del origen.
  – El significado económico de la **estricta convexidad** de las preferencias radica en que los consumidores con ese tipo de preferencias prefieren los medios a los extremos; esto es, combinaciones que contengan cantidades intermedias de ambos bienes serán preferidas a aquellas que impliquen la especialización en el consumo de uno de los bienes.

Transformación monótona positiva

- Unas mismas preferencias pueden ser representadas por varias (de hecho infinitas) funciones de utilidad diferentes:

$$U(x,y) = x\ y$$

$$V(x,y) = \sqrt{x\ y}$$

$$W(x,y) = Ln\ x + Ln\ y$$

- Tenemos tres funciones de utilidad distintas, pero que representan las mismas preferencias.

- Consideremos dos cestas:

A (9,3)

B (5,7)

- $U: B \succ A$

$$U(9{,}3) = 27; U(5{,}7) = 35$$

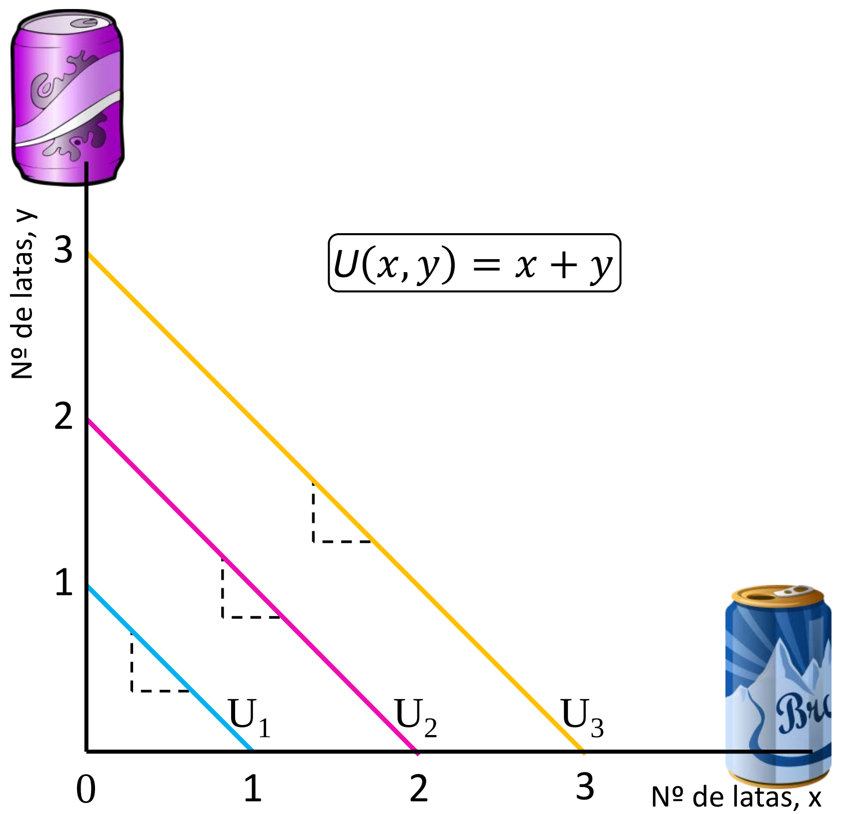
- $V: B \succ A$

$$V(9{,}3) = 5{,}20; V(5{,}7) = 5{,}92$$

- $W: B \succ A$

$$W(9{,}3) = 3{,}30; W(5{,}7) = 3{,}56$$

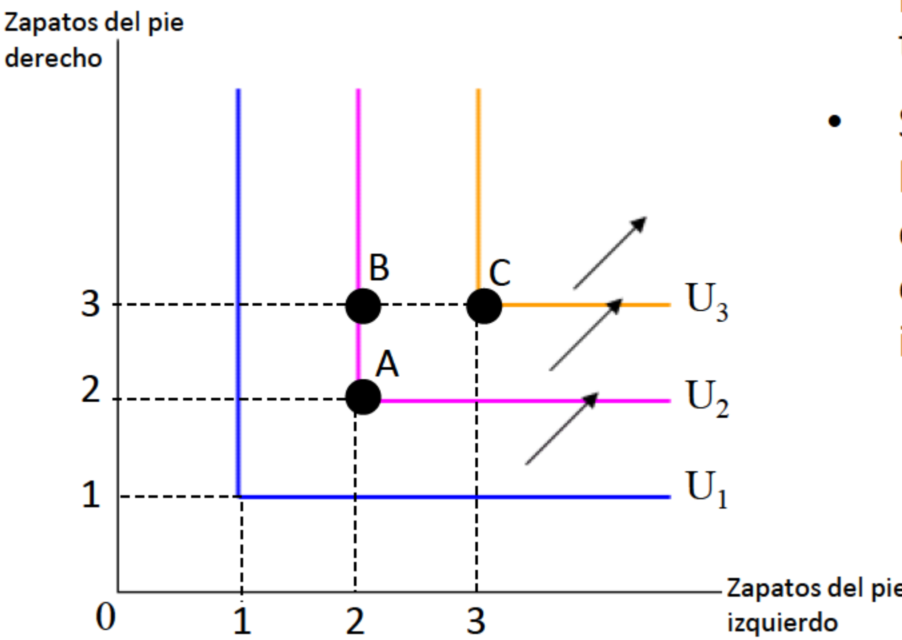
La curvatura de las curvas de indiferencia: bienes sustitutivos



- Dos bienes que son **sustitutivos perfectos** tienen curvas de indiferencia en forma de línea recta.
- El consumidor puede intercambiar un bien por otro bien, en cantidades fijas, y recibir el mismo nivel de utilidad.
  - **La RMS es constante**; en este caso, en valor absoluto, es igual a 1.

La curvatura de las curvas de indiferencia: bienes complementarios

$$\boxed{U(x,y) = min(x,y)}$$



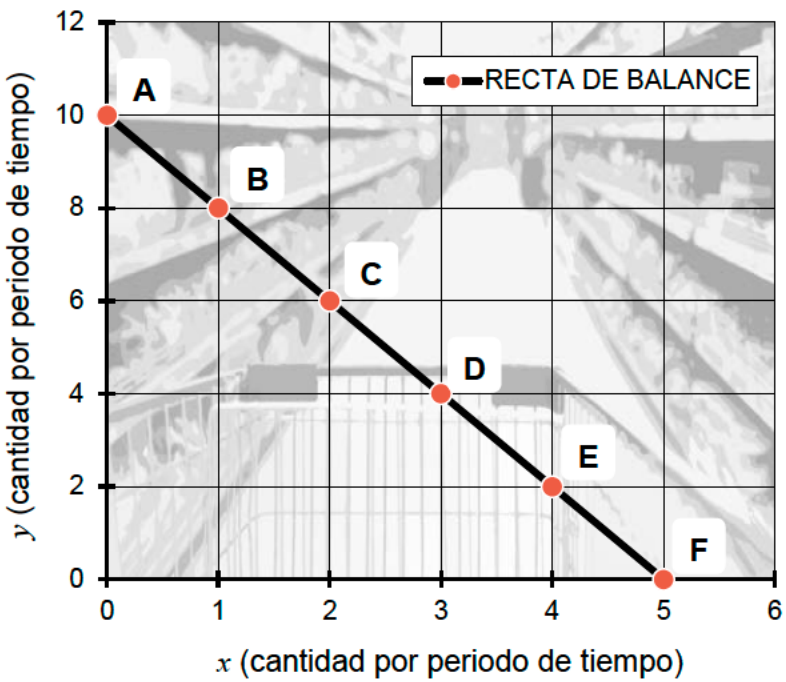
- Cuando los bienes son complementarios perfectos, sus curvas de indiferencia tienen forma de L.
- Si en A se añade otro zapato derecho y los zapatos izquierdos se mantienen constantes, no aumenta la utilidad del consumidor (B está en la misma curva de indiferencia que A).
  - La utilidad del consumidor aumenta solamente cuando tiene más de ambos bienes (movimiento de A a C).

RESTRICCIÓN PRESUPUESTARIA DEL CONSUMIDOR

Cantidades máximas de dos bienes alcanzables por periodo

Cesta	Bien X			Bien Y			Gasto total = M
	Precio, p_x	Cantidad, x	Gasto en X	Precio, p_y	Cantidad, y	Gasto en Y	
A	2	0	0	1	10	10	10
B	2	1	2	1	8	8	10
C	2	2	4	1	6	6	10
D	2	3	6	1	4	4	10
E	2	4	8	1	2	2	10
F	2	5	10	1	0	0	10

La recta presupuestaria o recta de balance

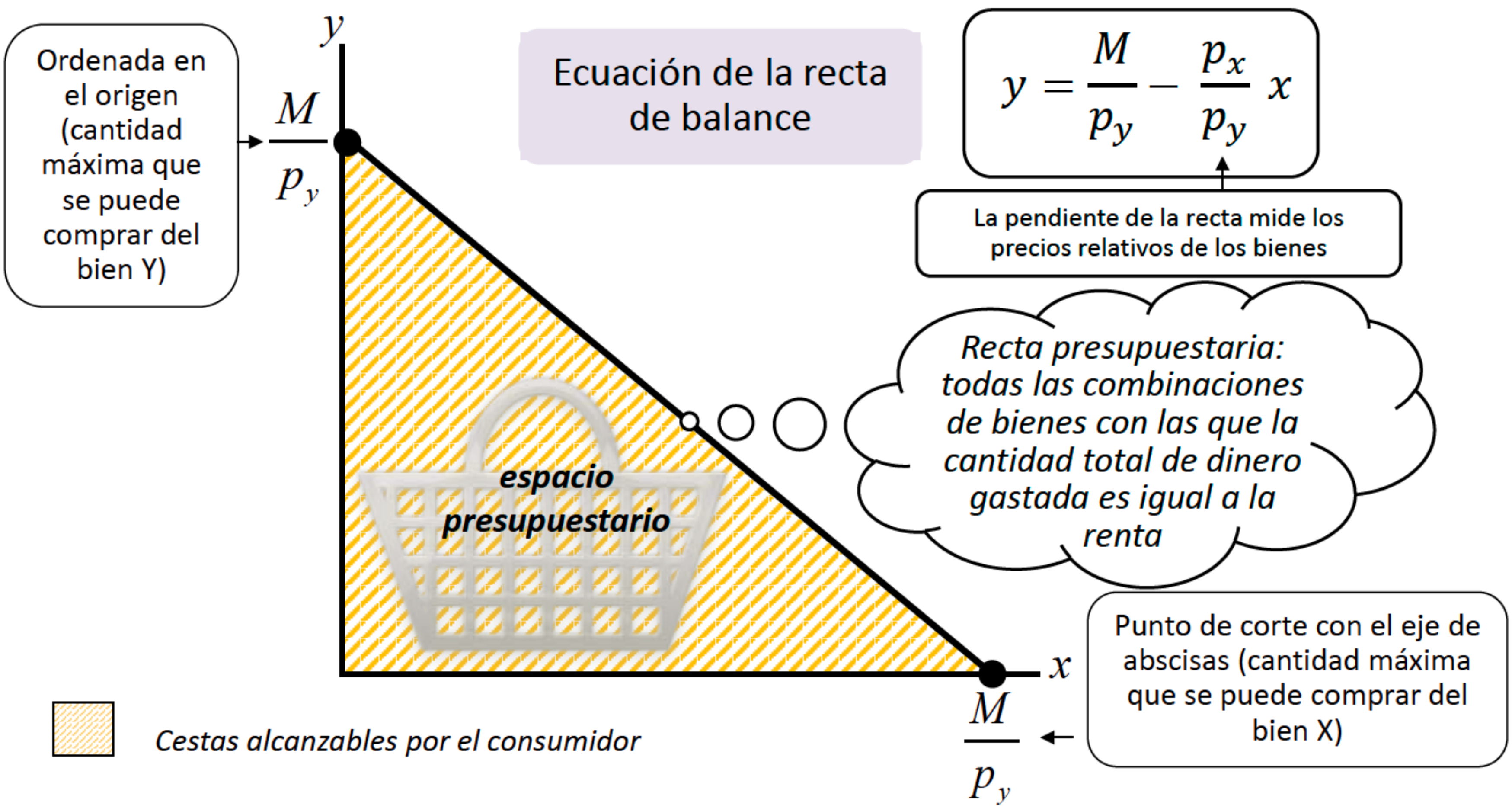


- Se entiende por *recta presupuestaria* (o *recta de balance*) al conjunto de distintas combinaciones de dos bienes que pueden ser consumidas por un individuo, partiendo de una determinada renta o presupuesto y unos determinados precios de los bienes:

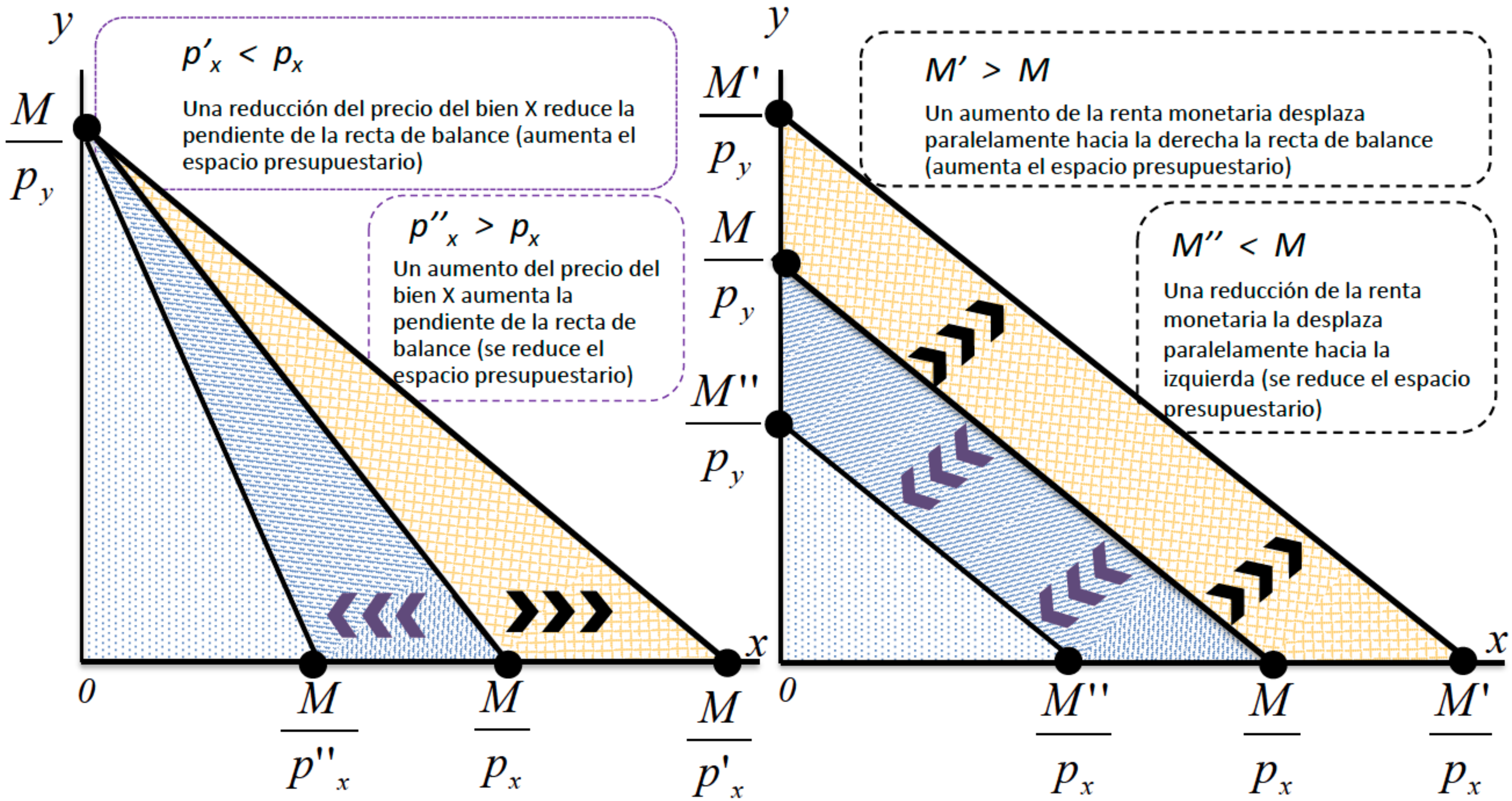
Ecuación de la recta

$$y = \frac{M}{p_y} - \frac{p_x}{p_y}\,x$$

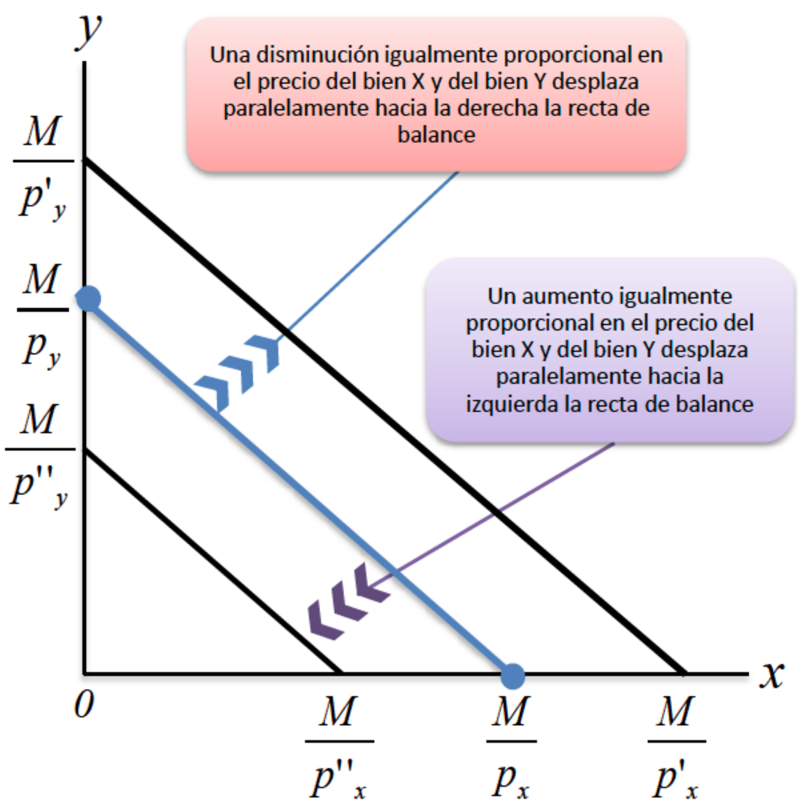
Recta presupuestaria o recta de balance



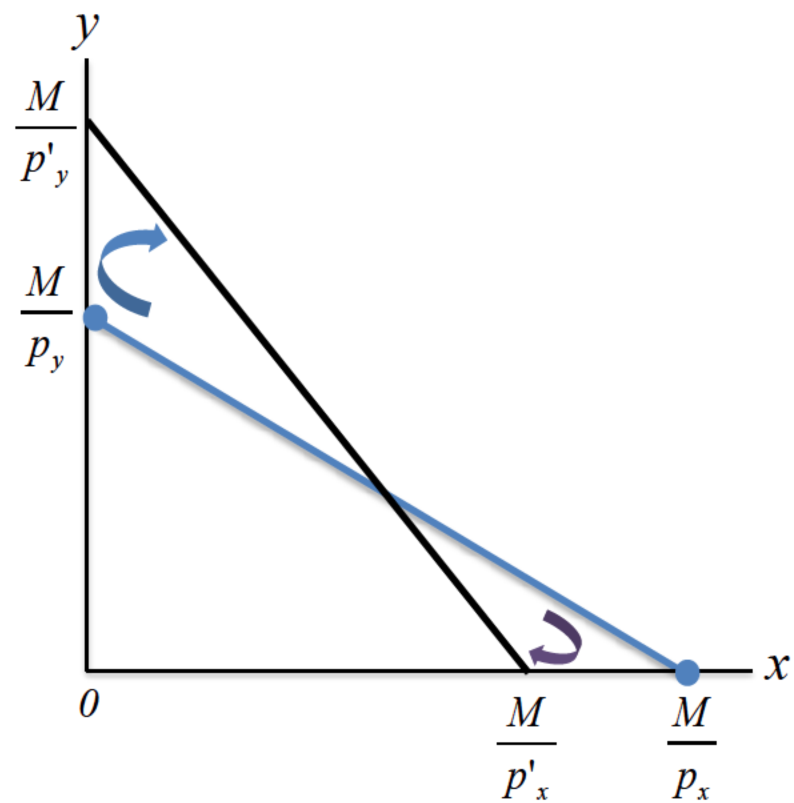
Desplazamientos de la recta de balance



Variación igualmente proporcional en los precios



Aumento del precio p_x y, simultáneamente, una reducción del precio p_y



EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR

El problema de elección del consumidor

- Dados los precios de dos bienes X e Y, el problema de elección del consumidor consiste en elegir su cesta de consumo (cantidades de cada bien) de modo que:
  - Maximice su utilidad sujeta a una restricción presupuestaria:
    - La suma de gastos en el conjunto de bienes de la cesta de consumo no puede sobrepasar la renta monetaria.
  - Minimice el gasto realizado sujeto a un nivel de utilidad dado:
    - La forma menos costosa de alcanzar un determinado nivel de satisfacción.
- Esto es, dados los precios, hay valores de U* y M* para los cuales la solución sería la misma:
  - El primero es conocido como PRIMAL y el segundo como DUAL.

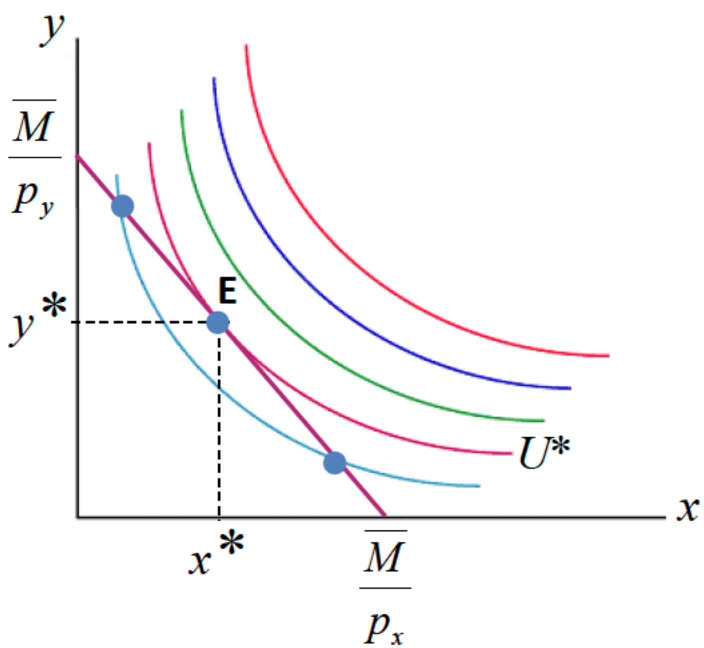
Procesos de maximización condicionada de la utilidad y minimización condicionada de la restricción presupuestaria

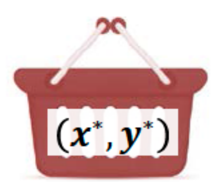
El problema primal

$$max.\ U = U\,(x, y)$$

$$s.a.\ \ M = p_x\, x + \ p_y\, y$$

La solución a este problema es U*



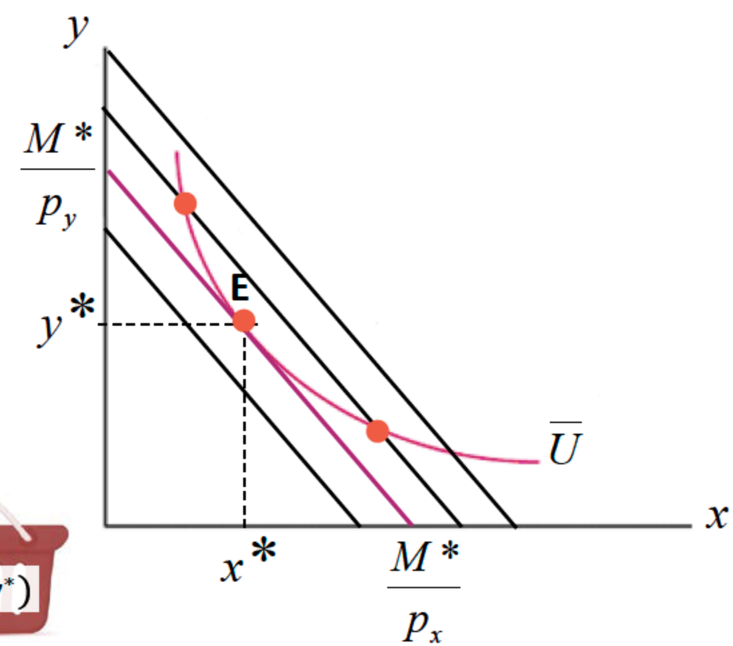


El problema dual

$$min.\ \ M = p_x\, x + \ p_y\, y$$

$$s.a.\ \ U = U\,(x, y)$$

La solución a este problema es M*



Optimización condicionada usando el método de los multiplicadores de Lagrange

$$max. U(x,y)$$
$$s.a.\ p_x\, x + p_y\, y = M$$

- Igualamos la restricción a cero:

$$0 = M - \ p_x\, x - p_y\, y$$

- Multiplicamos por lambda:

$$\lambda\left(M - \ p_x\, x - p_y\, y\right)$$

- Se lo sumamos a la función objetivo para formar la función lagrangiana $\mathcal{F}(x, y, \lambda)$:

$$\mathcal{F} = U(x,y) + \lambda\left(M - \ p_x\, x - p_y\, y\right)$$

(Continuación)

- Obtenemos los puntos críticos: 1ª derivada parcial = 0 (condiciones de primer orden):

$$\mathcal{F} = U(x, y) + \lambda\left(M - \; p_x\, x - p_y\, y\right)$$

- $\dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial x} = \dfrac{\partial U}{\partial x} - \lambda\, p_x = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \lambda = \dfrac{\frac{\partial U}{\partial x}}{p_x}$
- $\dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial y} = \dfrac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_y = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \lambda = \dfrac{\frac{\partial U}{\partial y}}{p_y}$
- $\dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial \lambda} = M - \; p_x x - p_y y = 0$

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{p_x} = \frac{\frac{\partial U}{\partial y}}{p_y}$$

$$\boxed{\frac{UMa_x}{UMa_y} = \frac{p_x}{p_y}}$$

Condición para maximización de la utilidad

Preferencias Cobb-Douglas

- Si las preferencias del consumidor son regulares, y la función de utilidad que las representa es del tipo Cobb-Douglas:

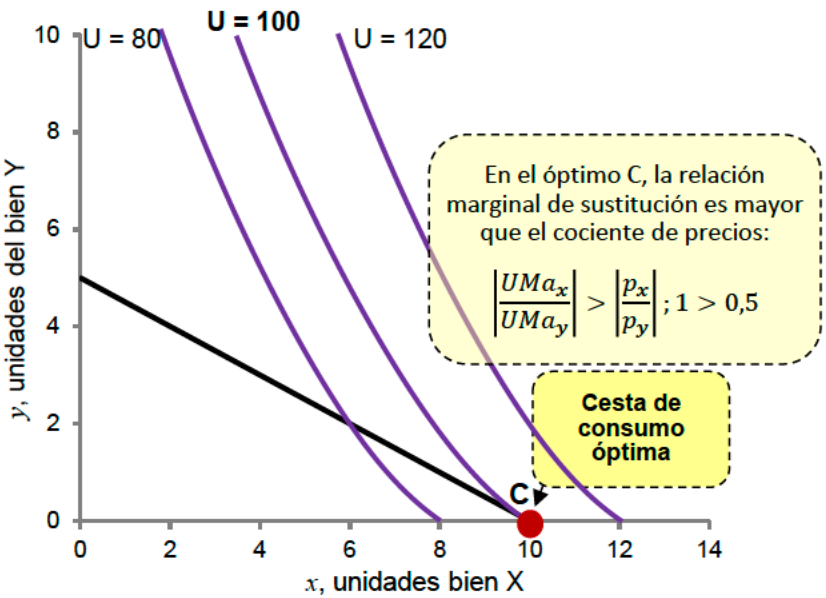
$$U(x, y) = A\, x^{\alpha}\, y^{\beta} \text{ donde } A, \alpha, \beta > 0$$

- se demuestra que el equilibrio se alcanza para:

$$\boldsymbol{x}^{*} = \frac{\alpha\, M}{(\alpha + \beta)\, p_x}$$

$$\boldsymbol{y}^{*} = \frac{\beta\, M}{(\alpha + \beta)\, p_y}$$

Soluciones de esquina



- Con preferencias regulares, el consumidor decide comprar algo de cada bien; esto se conoce como **solución interior.**
- No obstante, si el consumidor destina todo su presupuesto a comprar solo cantidades de un bien, y decide no comprar nada del otro bien, este caso se conoce como **solución de esquina:**
  - En el ejemplo del gráfico adjunto, no hay una cesta en la línea de presupuesto donde la recta de balance sea tangente a una curva de indiferencia; la cesta óptima no es por tanto interior, y el óptimo será aquella combinación en la que la recta de balance corta al eje de abscisas (el consumidor elige gastar todo su presupuesto en el bien X).
  - En la resolución matemática, no tiene sentido económico una cantidad negativa; por tanto el consumidor gastaría toda su renta en adquirir solo unidades del bien X, siendo 10 unidades la cantidad máxima (M/p_x).
  - La cesta óptima sería: (10,0).

Capítulo 1. La teoría de la conducta del consumidor