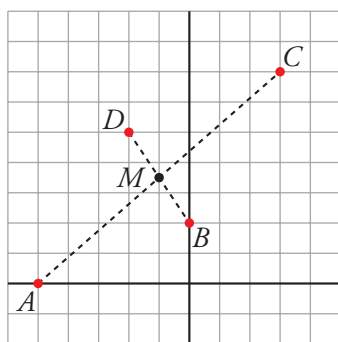


PÁGINA 183

Pág. 1

¿Sabes hallar el punto medio de un segmento y el simétrico de un punto respecto de otro?
¿Y comprobar si tres puntos están alineados?

- 1** Representa los puntos $A(-5, 0)$, $B(0, 2)$, $C(3, 7)$ y $D(-2, 5)$ y comprueba analíticamente que el punto medio de AC coincide con el punto medio de BD .



$$M_{AC} = \left(\frac{3 - 5}{2}, \frac{7 - 0}{2} \right) = (-1; 3,5)$$

$$M_{BD} = \left(\frac{-2 + 0}{2}, \frac{5 + 2}{2} \right) = (-1; 3,5)$$

Punto medio de AC = punto medio de BD = $(-1; 3,5)$

- 2** Halla el simétrico de $P(-7, -15)$ respecto de $M(2, 0)$.

Sea $Q(a, b)$ el simétrico de P respecto de M . M es el punto medio de PQ .

$$M_{PQ} = \left(\frac{-7 + a}{2}, \frac{-15 + b}{2} \right) = (2, 0) \begin{cases} -7 + a = 4 \rightarrow a = 11 \\ -15 + b = 0 \rightarrow b = 15 \end{cases}$$

- 3** Halla el valor de k para que los puntos $A(1, -5)$, $B(3, 0)$ y $C(6, k)$ estén alineados.

Para que A , B y C estén alineados, debe ser $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BC}$ y, por tanto, sus coordenadas proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (3, 0) - (1, -5) = (2, 5) \\ \overrightarrow{BC} = (6, k) - (3, 0) = (3, k) \end{array} \right\} \frac{2}{3} = \frac{5}{k} \rightarrow k = \frac{15}{2}$$

¿Sabes calcular la distancia entre dos puntos? ¿Y aplicarla para hallar la ecuación de una circunferencia?

- 4** Calcula la longitud de los lados del triángulo de vértices $A(-4, 1)$, $B(6, 3)$ y $C(-2, -3)$.

$$\text{Lado } AB: \overrightarrow{AB} = (6, 3) - (-4, 1) = (10, 2) \rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{104}$$

$$\text{Lado } AC: \overrightarrow{AC} = (-2, -3) - (-4, 1) = (2, -4) \rightarrow |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$\text{Lado } BC: \overrightarrow{BC} = (-2, -3) - (6, 3) = (-8, -6) \rightarrow |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$$

- 5** Escribe la ecuación de la circunferencia de centro $(0, -3)$ y radio 5.

$$x^2 + (y - 3)^2 = 5^2 \rightarrow x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0$$

¿Obtienes con soltura la ecuación de una recta dada de diferentes formas?

6 Obtén la ecuación de las rectas r y s tales que:

r pasa por $(-3, 2)$ y es perpendicular a $8x - 3y + 6 = 0$.

s pasa por $(9, -5/2)$ y es paralela a $2x + y - 7 = 0$.

- La pendiente de $8x - 3y + 6 = 0$ es $m = 8/3$.

La pendiente de r es $m' = -3/8$.

$$r: y = 2 - \frac{3}{8}(x + 3) \rightarrow 8y = 16 - 3x - 9 \rightarrow 3x + 8y - 7 = 0$$

- La pendiente de s es $m = -2$.

$$s: y = -\frac{5}{2} - 2(x - 9) \rightarrow 2y = -5 - 4x + 36 \rightarrow 4x + 2y - 31 = 0$$

7 En el triángulo de vértices $A(-2, 2)$, $B(0, 7)$ y $C(6, 4)$, halla la ecuación de la mediana que parte de B .

La mediana que parte de B pasa por B y el punto medio del segmento AC .

$$M_{AC} = \left(\frac{-2 + 6}{2}, \frac{2 + 4}{2} \right) = (2, 3)$$

$$\text{Ecuación de la mediana: } \frac{x - 0}{2 - 0} = \frac{y - 7}{3 - 7} \rightarrow -4x = 2y - 14 \rightarrow y + 2x - 7 = 0$$

¿Reconoces, sin representarlas, si dos rectas son paralelas o perpendiculares?

8 Estudia la posición relativa de estas rectas: $r: 2x + y - 2 = 0$ $s: x + \frac{1}{2}y = 1$

$$\left. \begin{array}{l} r: 2x + y - 2 = 0 \xrightarrow{(*)} x + \frac{1}{2}y - 1 = 0 \rightarrow x + \frac{1}{2}y = 1 \\ s: x + \frac{1}{2}y = 1 \end{array} \right\} \text{ Son la misma recta.}$$

(*) Dividimos por 2.

¿Obtienes con agilidad el punto de corte de dos rectas?

9 Halla el punto de intersección de las siguientes rectas:

$$3x + 8y - 7 = 0 \quad \text{y} \quad 4x + 2y - 31 = 0$$

$$\begin{array}{rcl} 3x + 8y - 7 = 0 & \left\{ \right. & 3x + 8y - 7 = 0 \\ 4x + 2y - 31 = 0 & \left. \right\} & -16x - 8y + 124 = 0 \\ \hline & & -13x + 117 = 0 \rightarrow x = 9 \end{array}$$

$$3 \cdot 9 + 8y - 7 = 0 \rightarrow 8y = -20 \rightarrow y = -\frac{5}{2}$$

El punto de intersección es $P\left(9, -\frac{5}{2}\right)$.