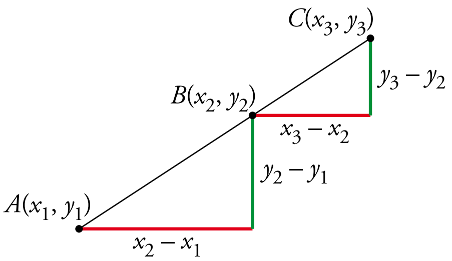
3. Un enfoque distinto: comprobación, sin vectores, de que tres puntos están alineados

Comprobación de que tres puntos están alineados

Si los tres puntos están alineados, entonces los dos triángulos señalados son semejantes y, por tanto, sus lados son proporcionales:



$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

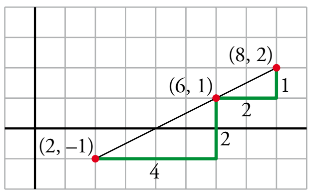
Esta es la condición analítica para que los puntos estén alineados.

Ejemplo 1

Comprobar si cada tres puntos están alineados: a) $A(2, -1)$, $B(6, 1)$, $C(8, 2)$

b) $A(-3, -3)$, $B(6, 5)$, $C(8, 7)$

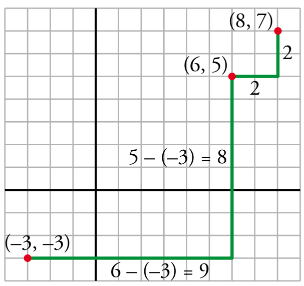
a)



$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1-(-1)}{6-2} = \dfrac{2}{4} \\[2ex] \dfrac{2-1}{8-6} = \dfrac{1}{2}\end{array}\right\} \quad \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Los lados son proporcionales. Por tanto, los puntos están alineados.

b)



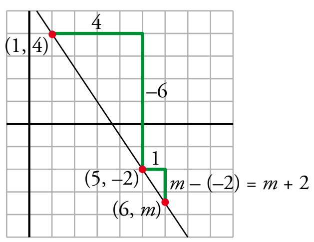
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{5-(-3)}{6-(-3)} = \dfrac{8}{9} \\[2ex] \dfrac{7-5}{8-6} = \dfrac{2}{2} = 1\end{array}\right\} \quad \frac{8}{9} \neq 1.$$

Los lados no son proporcionales. Por tanto, los puntos no están alineados.

Como 8/9 es próximo a 1, parece, a la vista, que los puntos están alineados.

Ejemplo 2

Averiguar el valor de m para que estén alineados los puntos $P(1, 4)$, $Q(5, -2)$ y $R(6, m)$.



Para que los puntos estén alineados, se debe cumplir que:

$$\frac{-6}{4} = \frac{m+2}{1} \;\rightarrow\; m + 2 = -1{,}5 \;\rightarrow\; m = -3{,}5$$

Si $m = -3{,}5$ el punto $R(6; -3{,}5)$ está alineado con los otros dos.