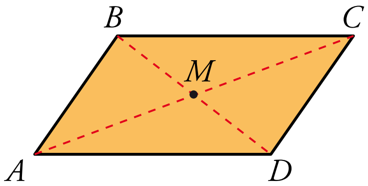
Algunas propiedades de los paralelogramos

Paralelogramos son cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos. Tienen las siguientes propiedades:



- Sus lados opuestos son iguales:

  $\overline{AB} = \overline{CD}$ y $\overline{BC} = \overline{AD}$

- Sus ángulos opuestos son iguales:

  $\hat{A} = \hat{C}$ y $\hat{B} = \hat{D}$

- Sus ángulos contiguos son suplementarios:

  $\hat{A} + \hat{B} = 180°$, $\hat{C} + \hat{D} = 180°$

- Las diagonales se cortan en sus puntos medios:

  $\overline{AM} = \overline{MC}$, $\overline{BM} = \overline{MD}$

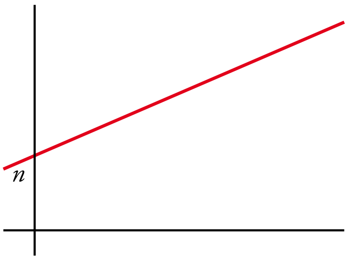
Cada una de estas propiedades caracteriza a los paralelogramas. Es decir, si un cuadrilátero cumple una de ellas, entonces es un paralelogramo.

ACTIVIDADES

1 Construye un paralelogramo cuyos lados miden 4 cm y 6 cm, y una de sus diagonales, 7 cm. Comprueba que se cumplen todas las propiedades anteriores.

2 Dibuja dos segmentos *iguales y paralelos.* Completa con ellos un cuadrilátero. Comprueba que es un paralelogramo. (Esta es, también, una caracterización de los paralelogramos: cuadriláteros que tienen un par de lados iguales y paralelos).

Algunas formas de la ecuación de una recta



La ecuación $y = mx + n$ deja claramente explícitas la pendiente, m, y la ordenada en el origen, n.

La ecuación $y = m(x - x_0) + y_0$ es útil cuando se conocen la pendiente, m, y un punto (x_0, y_0).

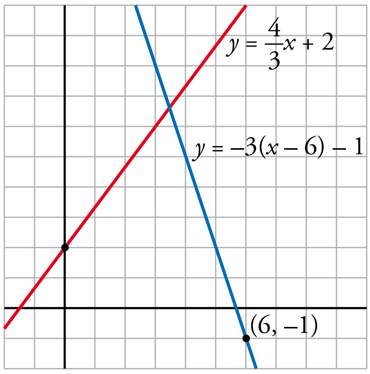
▼ EJEMPLO

La recta cuya pendiente es $\frac{4}{3}$ y cuya ordenada en el origen es 2 tiene por ecuación:

$$y = \frac{4}{3}x + 2$$

La recta que pasa por (6, –1) y cuya pendiente es –3 tiene por ecuación:

$$y = -3(x - 6) - 1$$



ACTIVIDADES

3 Di la pendiente y la ordenada en el origen de cada recta:

a) $y = 3x + 5 \rightarrow$ ☐

b) $y = -2x - 4 \rightarrow$ ☐

c) $y = \frac{3}{4}x - 2 \rightarrow$ ☐

d) $y - 3x + 5 = 0 \rightarrow$ ☐

4 Di la pendiente y un punto de cada una de las siguientes rectas:

a) $y = 2(x - 5) + 7 \rightarrow$ ☐

b) $y = -3(x + 4) + 2 \rightarrow$ ☐

c) $y = -3(x + 4) \rightarrow$ ☐

d) $y = 5 + \frac{1}{2}(x + 1) \rightarrow$ ☐

e) $y = 3 - \frac{3}{5}(x - 3) \rightarrow$ ☐

f) $y = -\frac{2}{3}(x - 1) - 1 \rightarrow$ ☐

5 Escribe la ecuación de cada recta:

a) Pendiente = $\frac{2}{3}$. Ordenada en el origen = –3 $\rightarrow$ ☐

b) Pendiente = –3. Pasa por (–3, 5) $\rightarrow$ ☐

c) Pendiente = 0,75. Pasa por (–3, –2) $\rightarrow$ ☐

Sistemas de ecuaciones lineales con y sin solución

Un sistema de ecuaciones lineales puede tener solución, no tener solución o tener infinitas soluciones, según que las dos rectas se corten, sean paralelas o coincidan (sean la misma recta).

EJEMPLOS

- $\begin{cases} 3x - 5y + 19 = 0 \\ x + 4y - 5 = 0 \end{cases}$

  Despejamos x en la 2.ª $\rightarrow$ $x = 5 - 4y$

  Sustituimos en la 1.ª $\rightarrow$ $3(5 - 4y) - 5y + 19 = 0 \rightarrow$

  $\rightarrow 15 - 12y - 5y + 19 = 0 \rightarrow -17y + 34 = 0 \rightarrow y = 2$

  $\rightarrow x = 5 - 4 \cdot 2 = -3$

  Solución: $x = -3$, $y = 2$. Las rectas se cortan en $(-3, 2)$.

- $\begin{cases} 3x - 5y + 19 = 0 \\ 6x - 10y + 11 = 0 \end{cases}$

  Multiplicamos la 1.ª por 2 y restamos: $0x + 0y + 27 = 0$

  El sistema no tiene solución. Las rectas son paralelas.

- $\begin{cases} 3x - 5y + 19 = 0 \\ 6x - 10y + 38 = 0 \end{cases}$

  La segunda ecuación se obtiene multiplicando la primera por 2. Son la misma recta. El sistema tiene infinitas soluciones: todos los puntos de la recta.

ACTIVIDADES

6 Resuelve los sistemas siguientes:

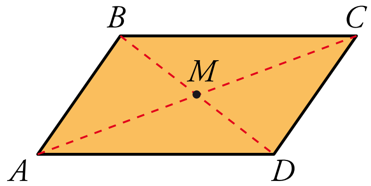
a) $\begin{cases} 2x - 11y + 50 = 0 \\ 9x + 2y + 19 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 11y + 50 = 0 \\ 4x - 22y + 100 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 11y + 50 = 0 \\ 4x - 22y + 33 = 0 \end{cases}$

Algunas propiedades de los paralelogramos

Paralelogramos son cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos. Tienen las siguientes propiedades:



- Sus lados opuestos son iguales:

  $\overline{AB} = \overline{CD}$ y $\overline{BC} = \overline{AD}$

- Sus ángulos opuestos son iguales:

  $\hat{A} = \hat{C}$ y $\hat{B} = \hat{D}$

- Sus ángulos contiguos son suplementarios:

  $\hat{A} + \hat{B} = 180°$, $\hat{C} + \hat{D} = 180°$

- Las diagonales se cortan en sus puntos medios:

  $\overline{AM} = \overline{MC}$, $\overline{BM} = \overline{MD}$

Cada una de estas propiedades caracteriza a los paralelogramas. Es decir, si un cuadrilátero cumple una de ellas, entonces es un paralelogramo.

ACTIVIDADES

1 Construye un paralelogramo cuyos lados miden 4 cm y 6 cm, y una de sus diagonales, 7 cm. Comprueba que se cumplen todas las propiedades anteriores.

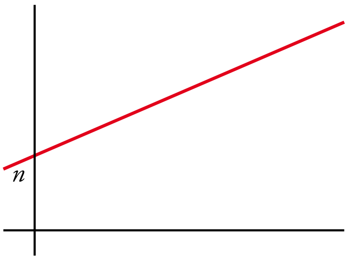
Se construye y se comprueba.

2 Dibuja dos segmentos *iguales y paralelos.* Completa con ellos un cuadrilátero. Comprueba que es un paralelogramo. (Esta es, también, una caracterización de los paralelogramos: cuadriláteros que tienen un par de lados iguales y paralelos).

Se construye y se comprueba.

1. Deberás recordar
Soluciones

Algunas formas de la ecuación de una recta



La ecuación $y = mx + n$ deja claramente explícitas la pendiente, m, y la ordenada en el origen, n.

La ecuación $y = m(x - x_0) + y_0$ es útil cuando se conocen la pendiente, m, y un punto (x_0, y_0).

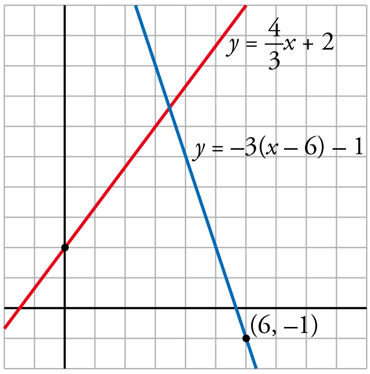
▼ EJEMPLO

La recta cuya pendiente es $\frac{4}{3}$ y cuya ordenada en el origen es 2 tiene por ecuación:

$$y = \frac{4}{3}x + 2$$

La recta que pasa por (6, –1) y cuya pendiente es –3 tiene por ecuación:

$$y = -3(x - 6) - 1$$



ACTIVIDADES

3 Di la pendiente y la ordenada en el origen de cada recta:

a) $y = 3x + 5 \rightarrow$ $\boxed{m = 3;\ n = 5}$

b) $y = -2x - 4 \rightarrow$ $\boxed{m = -2;\ n = -4}$

c) $y = \frac{3}{4}x - 2 \rightarrow$ $\boxed{m = 3/4;\ n = -2}$

d) $y - 3x + 5 = 0 \rightarrow$ $\boxed{m = 3;\ n = -5}$

4 Di la pendiente y un punto de cada una de las siguientes rectas:

a) $y = 2(x - 5) + 7 \rightarrow$ $\boxed{m = 2;\ (5, 7)}$

b) $y = -3(x + 4) + 2 \rightarrow$ $\boxed{m = -3;\ (-4, 2)}$

c) $y = -3(x + 4) \rightarrow$ $\boxed{m = -3;\ (-4, 0)}$

d) $y = 5 + \frac{1}{2}(x + 1) \rightarrow$ $\boxed{m = 1/2;\ (-1, 5)}$

e) $y = 3 - \frac{3}{5}(x - 3) \rightarrow$ $\boxed{m = -3/5;\ (3, 3)}$

f) $y = -\frac{2}{3}(x - 1) - 1 \rightarrow$ $\boxed{m = -2/3;\ (1, -1)}$

5 Escribe la ecuación de cada recta:

a) Pendiente = $\frac{2}{3}$. Ordenada en el origen = –3 $\rightarrow$ $\boxed{y = \frac{2}{3}x - 3}$

b) Pendiente = –3. Pasa por (–3, 5) $\rightarrow$ $\boxed{y = -3x - 4}$

c) Pendiente = 0,75. Pasa por (–3, –2) $\rightarrow$ $\boxed{y = 0{,}75x + 0{,}25}$

1. Deberás recordar
Soluciones

Sistemas de ecuaciones lineales con y sin solución

Un sistema de ecuaciones lineales puede tener solución, no tener solución o tener infinitas soluciones, según que las dos rectas se corten, sean paralelas o coincidan (sean la misma recta).

▼ EJEMPLOS

- $\begin{cases} 3x - 5y + 19 = 0 \\ x + 4y - 5 = 0 \end{cases}$

  Despejamos x en la 2.ª $\rightarrow$ $x = 5 - 4y$

  Sustituimos en la 1.ª $\rightarrow$ $3(5 - 4y) - 5y + 19 = 0 \rightarrow$

  $\rightarrow 15 - 12y - 5y + 19 = 0 \rightarrow -17y + 34 = 0 \rightarrow y = 2$

  $\rightarrow x = 5 - 4 \cdot 2 = -3$

  Solución: $x = -3$, $y = 2$. Las rectas se cortan en $(-3, 2)$.

- $\begin{cases} 3x - 5y + 19 = 0 \\ 6x - 10y + 11 = 0 \end{cases}$

  Multiplicamos la 1.ª por 2 y restamos: $0x + 0y + 27 = 0$

  El sistema no tiene solución. Las rectas son paralelas.

- $\begin{cases} 3x - 5y + 19 = 0 \\ 6x - 10y + 38 = 0 \end{cases}$

  La segunda ecuación se obtiene multiplicando la primera por 2. Son la misma recta. El sistema tiene infinitas soluciones: todos los puntos de la recta.

ACTIVIDADES

6 Resuelve los sistemas siguientes:

a) $\begin{cases} 2x - 11y + 50 = 0 \\ 9x + 2y + 19 = 0 \end{cases}$

$x = -3$; $y = 4$

b) $\begin{cases} 2x - 11y + 50 = 0 \\ 4x - 22y + 100 = 0 \end{cases}$

Infinitas soluciones.

c) $\begin{cases} 2x - 11y + 50 = 0 \\ 4x - 22y + 33 = 0 \end{cases}$

Sin solución.