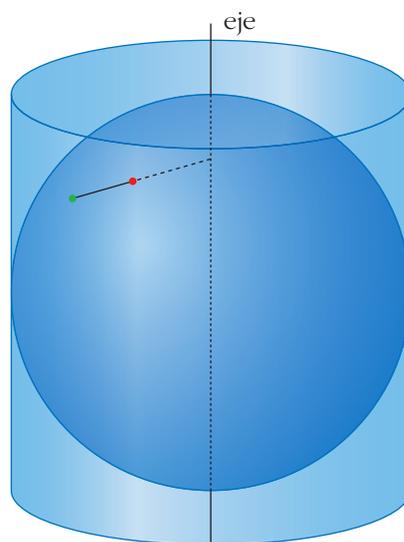


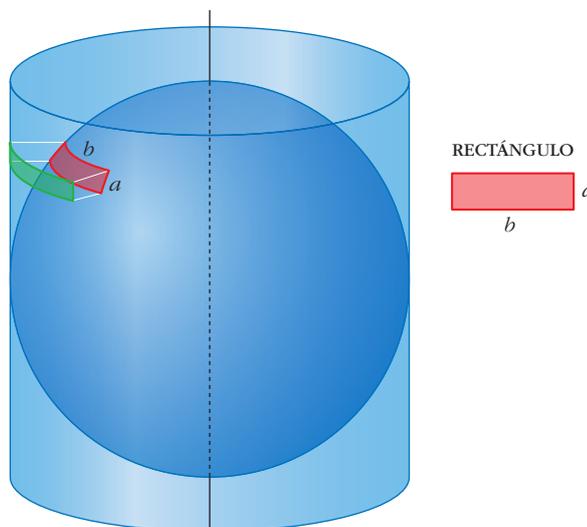
Superficie esférica y superficie del cilindro que la contiene

Deseamos demostrar que la superficie de una esfera es igual a la superficie lateral del cilindro que la contiene. Para ello, vamos a descomponer la superficie de la esfera en muchísimos rectángulos, pequeñísimos, tan pequeños que puedan considerarse rectángulos planos.

Si consideramos que a la superficie esférica le corresponde la superficie lateral del cilindro que la envuelve, ¿qué le corresponderá a unos de esos pequeñísimos rectángulos? Pero, retrocediendo un paso, ¿cómo se corresponden los puntos de la esfera con los del cilindro? Fácil de averiguar: proyectamos cada punto de la esfera, desde el eje, mediante rectas perpendiculares a este.



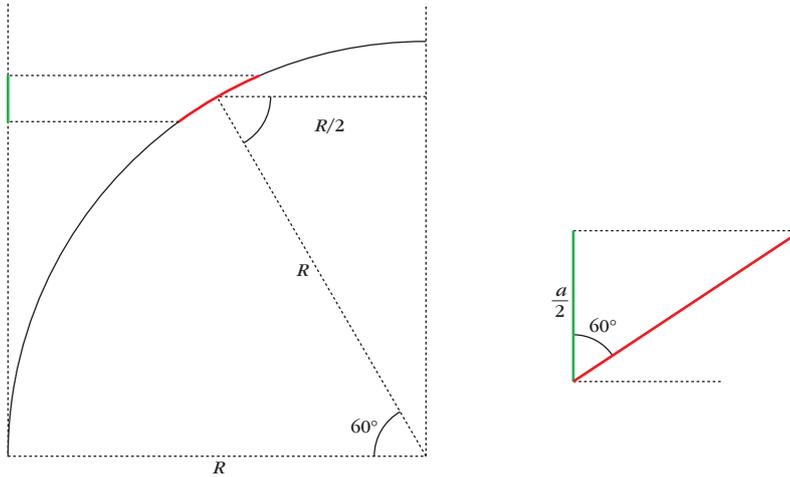
Así pues, vamos a estudiar la relación entre uno de esos rectángulos tomados en la esfera y su proyección sobre el cilindro. Suponemos que las dimensiones del rectángulo inicial son b , base, y a , altura.



¿Cuáles serán las dimensiones del rectángulo que resulta al proyectarlo sobre el cilindro?

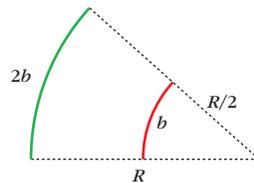
Superficie esférica y superficie del cilindro que la contiene

Tomemos, en concreto, un rectángulo situado en el paralelo que se encuentra 60° por encima del círculo de tangencia. Aquí lo vemos de perfil, y apreciamos su altura a .

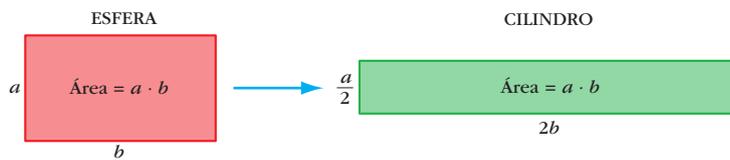


Al proyectarlo sobre el cilindro, esa altura se queda reducida a la mitad.

¿Y qué ocurre con la base del rectángulo? Para verlo, miramos la figura desde arriba:



Puesto que el radio del círculo sobre el que está situada la base del rectángulo es la mitad del radio del cilindro, la base de longitud b se proyecta en un segmento de longitud $2b$. Por tanto:



Y si el rectángulo está en otras posiciones ocurre algo similar:

La altura se reduce dividiéndose por un cierto número k y la base aumenta multiplicándose por ese mismo número k . Así, el área se mantiene.

De esta forma se demuestra no solo que el área de la esfera es igual a la del cilindro, sino que el área de cualquier figura dibujada sobre la esfera es igual al área de la correspondiente figura proyectada sobre el cilindro.