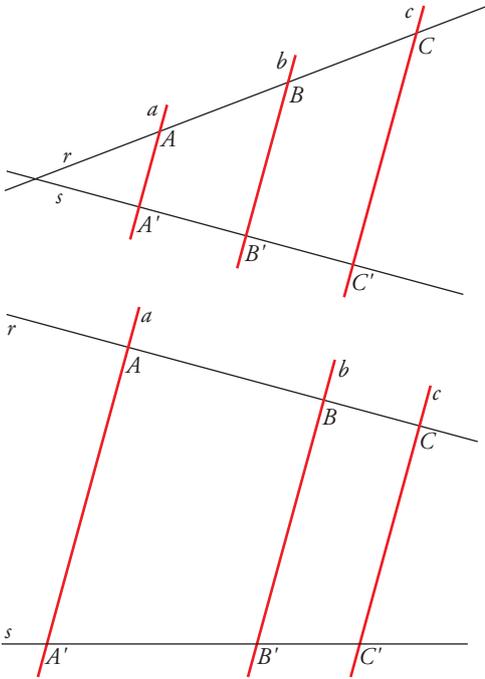




Rectas paralelas que cortan a otras dos



Las rectas  $a$ ,  $b$  y  $c$  son paralelas y cortan a las rectas  $r$  y  $s$ .

Si los segmentos  $AB$  y  $BC$  son iguales, entonces los segmentos  $A'B'$  y  $B'C'$  son iguales.

$$\overline{AB} = \overline{BC} \Rightarrow \overline{A'B'} = \overline{B'C'}$$

También aquí las rectas  $a$ ,  $b$  y  $c$  son paralelas y cortan a las rectas  $r$  y  $s$ . El segmento  $AB$  es doble que el  $BC$ . Por tanto,  $A'B'$  es doble que  $B'C'$ .

$$\overline{AB} = 2 \cdot \overline{BC} \Rightarrow \overline{A'B'} = 2 \cdot \overline{B'C'}$$

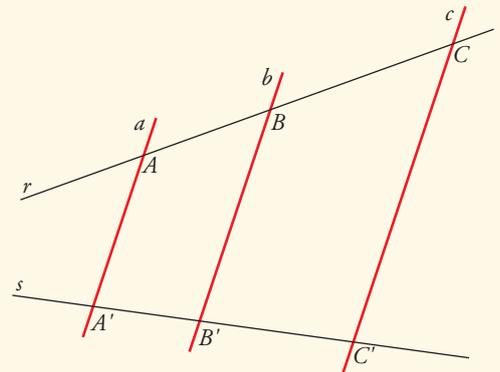
El siguiente teorema generaliza estos resultados:

Teorema de Tales

Si las rectas  $a$ ,  $b$  y  $c$  son paralelas y cortan a otras dos rectas,  $r$  y  $s$ , entonces los segmentos que determinan en ellas son proporcionales:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

También ocurre lo recíproco: si los segmentos  $AB$  y  $BC$  son proporcionales a  $A'B'$  y  $B'C'$ , y las rectas  $a$  y  $b$  son paralelas, entonces la recta  $c$  es paralela a ellas.





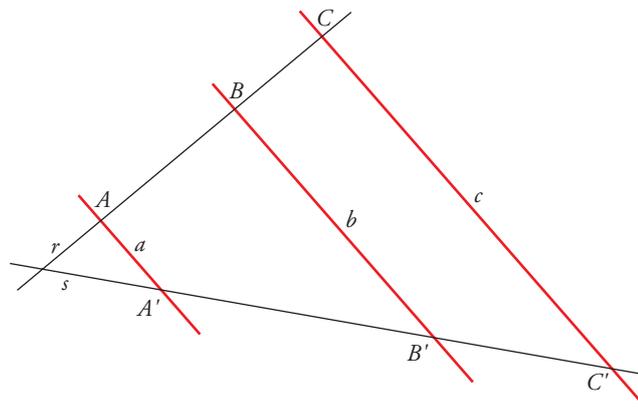
Aplicaciones de este teorema

1. Tomando medidas sobre este dibujo, vemos que:

$$\overline{AB} = 2,3 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 1,5 \text{ cm}$$

$$\overline{B'C'} = 2,4 \text{ cm}$$



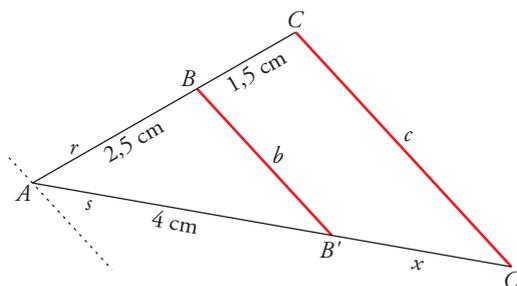
Sin tomar medidas, podemos averiguar la longitud de  $A'B'$ .

Puesto que las rectas  $a$ ,  $b$  y  $c$  son paralelas, los segmentos que determinan en  $r$  y  $s$  son proporcionales. Por tanto:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \rightarrow \frac{2,3}{1,5} = \frac{\overline{A'B'}}{2,4} \rightarrow \overline{A'B'} = \frac{2,3 \cdot 2,4}{1,5} = 3,68 \text{ cm}$$

El segmento  $A'B'$  mide 3,68 cm.

2. Para calcular  $\overline{B'C'} = x$  en esta figura, se puede aplicar el teorema de Tales.



Para aplicar el teorema de Tales necesitamos, al menos, tres rectas paralelas. Las rectas  $b$  y  $c$  lo son. La tercera es la que corta a las dos rectas  $r$  y  $s$  en el mismo punto  $A$ .

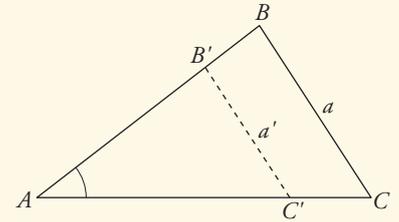
Por tanto:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \rightarrow \frac{2,5}{1,5} = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 1,5}{2,5} = 2,4 \text{ cm}$$



**Propiedad**

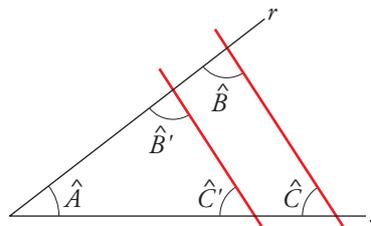
Dos triángulos en posición de Tales son semejantes.



**Demostración**

Para demostrar que esta propiedad es cierta, se ha de probar que si dos triángulos están en posición de Tales, entonces sus ángulos son respectivamente iguales y sus lados proporcionales.

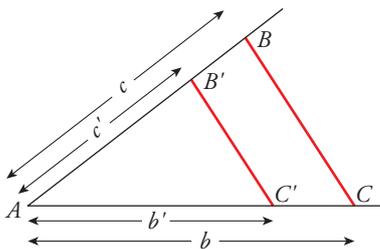
- Sus ángulos son iguales:



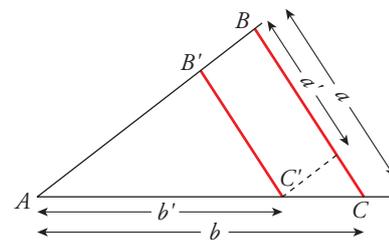
El ángulo  $\hat{A}$  es común a los dos triángulos.

$\hat{B}' = \hat{B}$  y  $\hat{C}' = \hat{C}$  por ser ángulos *correspondientes* entre paralelas.

- Sus lados son proporcionales:



Aplicando el teorema de Tales:  $\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'}$



Trazando por  $C'$  una paralela a  $AB$  y aplicando nuevamente el teorema de Tales, se obtiene  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ .

Por lo tanto, se llega a demostrar lo que se quería,  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .