



Se llama **composición de dos transformaciones**, \mathcal{T}_1 y \mathcal{T}_2 , a una nueva transformación, que se designa $\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1$, que transforma cada punto del siguiente modo:

$$\begin{array}{c}
 P \xrightarrow{\mathcal{T}_1} P' \xrightarrow{\mathcal{T}_2} P'' \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1} \quad \uparrow \\
 (\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1)(P) = \mathcal{T}_2(P') = P''
 \end{array}$$

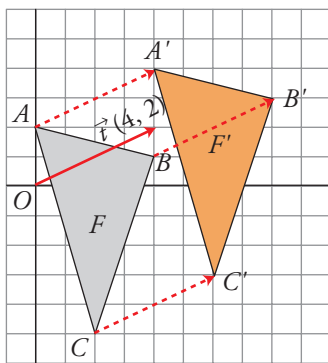
Es decir, para transformar un punto P o una figura F mediante $\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1$, lo transformamos mediante \mathcal{T}_1 , y el resultado, mediante \mathcal{T}_2 .

Para componer \mathcal{T}_1 con \mathcal{T}_2 ponemos $\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1$. Es decir, $\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1$ se lee de derecha a izquierda.

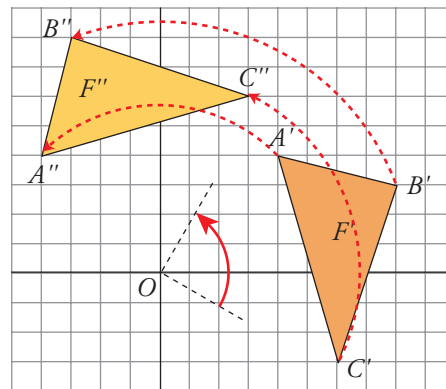
Veamos sobre un ejemplo cómo se componen movimientos.

Definimos un giro \mathbf{G} de centro $O(0, 0)$ y ángulo $\alpha = 90^\circ$ y una traslación \mathbf{T} de vector $\vec{t}(4, 2)$. Veamos qué resulta al transformar un triángulo F de vértices $A(0, 2)$, $B(4, 1)$ y $C(2, -5)$ mediante la transformación $\mathbf{G} \circ \mathbf{T}$.

Primeramente se aplica \mathbf{T} y, sobre la figura obtenida, se aplica \mathbf{G} .

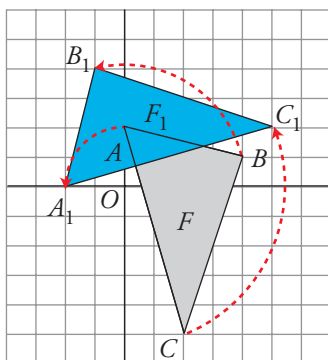


$\mathbf{T}(F) = F'$

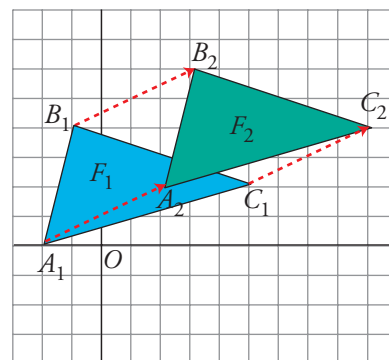


$\mathbf{G} \circ \mathbf{T}(F) = \mathbf{G}(F') = F''$

Veamos ahora qué resulta al transformar la misma figura F mediante $\mathbf{T} \circ \mathbf{G}$. Primeramente se aplica \mathbf{G} y, sobre la figura obtenida, se aplica \mathbf{T} .



$\mathbf{G}(F) = F_1$



$\mathbf{T} \circ \mathbf{G}(F) = \mathbf{T}(F_1) = F_2$

Se puede observar que en ambos procesos el triángulo F se transforma en otro triángulo con la misma forma. Sin embargo, los triángulos F'' y F_2 están situados en lugares distintos, es decir, no es lo mismo $\mathbf{G} \circ \mathbf{T}$ que $\mathbf{T} \circ \mathbf{G}$.



Resultados interesantes al componer movimientos

<p>COMPOSICIÓN DE TRASLACIONES</p>	<p>Al componer dos traslaciones de vectores \vec{t}_1 y \vec{t}_2, el resultado es otra traslación cuyo vector es la suma $\vec{t}_1 + \vec{t}_2$.</p>	
<p>COMPOSICIÓN DE GIROS DEL MISMO CENTRO</p>	<p>El resultado de componer dos giros con el mismo centro, O, y ángulos α y β, es un nuevo giro de centro O y ángulo $\alpha + \beta$. Si α y β son de sentidos opuestos, la amplitud de $\alpha + \beta$ es la diferencia de sus amplitudes.</p>	
<p>COMPOSICIÓN DE SIMETRÍAS AXIALES CON EJES PARALELOS</p>	<p>El resultado de componer dos simetrías, S_1 y S_2, de ejes e_1 y e_2 paralelos, es una traslación T, cuyo vector \vec{t} es perpendicular a los ejes y cuya longitud es el doble de la distancia que los separa, $2d$. (El sentido de \vec{t} es el que va de e_1 a e_2.)</p>	
<p>COMPOSICIÓN DE SIMETRÍAS AXIALES CON EJES QUE SE CORTAN</p>	<p>El resultado de componer dos simetrías, S_1 y S_2, de ejes e_1 y e_2 que se cortan bajo un ángulo α, es un giro de ángulo 2α y centro el punto de corte de los dos ejes. El ángulo α que forman los ejes es un ángulo orientado. ($\alpha = \widehat{e_1 e_2}$ es el menor de los ángulos que forman los ejes al cortarse y tiene el sentido de e_1 a e_2.)</p>	

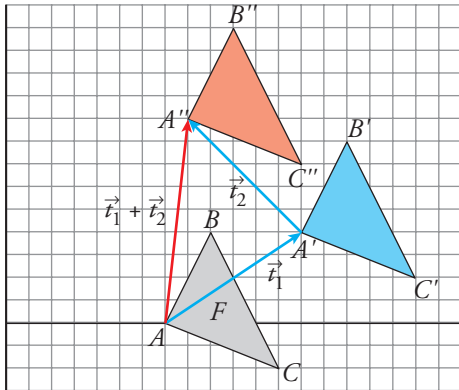
En general, el resultado de componer dos movimientos es otro movimiento:

- Si ambos son deslizamientos, el resultado es un deslizamiento.
- Si ambos son movimientos inversos, el resultado es un deslizamiento.
- Si uno es directo y el otro inverso, el resultado es un movimiento inverso.



Veamos dos ejemplos de composición de movimientos.

Ejemplo 1



T_1 y T_2 son traslaciones de vectores respectivos $\vec{t}_1(6, 4)$ y $\vec{t}_2(-5, 5)$.

F es un triángulo de vértices $A(7, 0)$, $B(9, 4)$ y $C(12, -2)$.

Hemos pasado del triángulo ABC al $A'B'C'$ por la traslación T_1 . Y del $A'B'C'$ al $A''B''C''$ mediante la traslación T_2 .

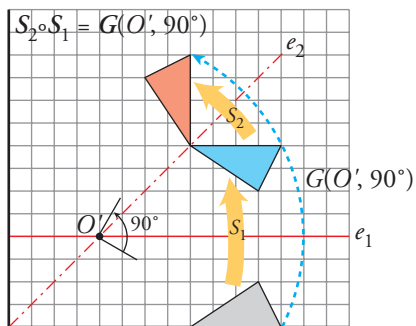
Pero podríamos haber pasado directamente de ABC a $A''B''C''$ mediante la traslación $T_2 \circ T_1$, cuyo vector es $\vec{t}_1 + \vec{t}_2(1, 9)$.

Ejemplo 2

Se consideran las simetrías S_1 y S_2 cuyos ejes e_1 y e_2 son las rectas $e_1: y = 4$ y $e_2: y = x$.

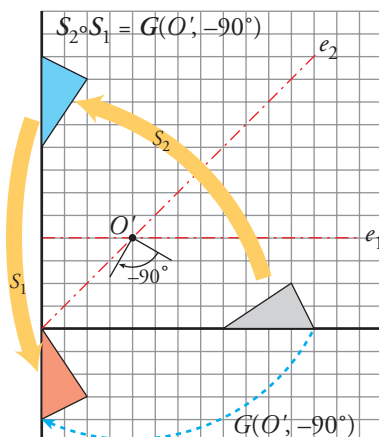
F es un triángulo de vértices $A(8, 0)$, $B(12, 0)$ y $C(11, 2)$.

En la siguiente gráfica se puede observar cómo se transforma F mediante $S_2 \circ S_1$.



El resultado final (paso del triángulo negro al rojo) es un giro de centro $O'(4, 4)$ y ángulo 90° (positivo, pues es contrario al sentido de las agujas del reloj).

Y en esta otra cómo se transforma F mediante $S_1 \circ S_2$.



El resultado final, en este otro caso, es un giro de centro O' y ángulo -90° .